

Boris Semenov / Dirk Windelberg

**Einfluss der Bodenbeschaffenheit
auf die maximale Verzögerung
beim Aufprall in einem Falltest**

AG Qualität im Fachbereich Mathematik
Universität Hannover, Welfengarten 1, D - 30167 Hannover
Telefon: +49-511-762-3336 oder -3337 Telefax: + 49-511-8386072
<http://im-03.iw.uni-hannover.de>
Verantwortlicher Leiter : Dr. Dirk Windelberg

Inhalt

| | |
|---|----|
| Aufgabe | 1 |
| 1 Rechenmodell..... | 2 |
| 2 Modellierung des Behälters Typ 1 | 2 |
| 3 Modellierung des Hallenbodens | 2 |
| 4 Falltest | 3 |
| 4.1 Fall auf Sand..... | 4 |
| Ergebnis | 6 |
| 4.2 Fall auf Stahlbetonplatte und Sand..... | 7 |
| Ergebnis | 9 |
| 5. Modellierung des Behälters Typ 2 | 10 |
| Ergebnis | 12 |
| 6. Zusammenfassung | 13 |
| Literatur..... | 13 |

Aufgabe

Es ist zu untersuchen, welche maximale Verzögerung ein Behälter („Typ 1“) erfährt, wenn er vom Kran eines Behälterlagers aus einer vorgegebenen Höhe auf den Boden einer Halle fällt. Zur Bestimmung der Abhängigkeit der auftretenden Belastungen von der Bodenbeschaffenheit sind zwei Fälle zu untersuchen:

- Der Hallenboden besteht nur aus Sand
- Der Hallenboden besteht aus einem Stahlbetonboden von 0.35 m Dicke und einer darunterliegenden Sandschicht.

Der Behälter ist zylindrisch geformt; beim Auftreffen auf den Boden steht die Zylinderachse senkrecht auf dem Hallenboden. Sowohl der Boden als auch der Behälter werden nach dem Auftreffen verformt. Die Verformungen und Verzögerungen sind aussen in der Mitte der Behälterhöhe zu bestimmen.

Bei dieser Modellierung von Sand und Stahlbetonboden ist die maximale Verzögerung beim Aufprall auf den Betonboden um den Faktor 10 höher als beim Fall in den Sand. Ergänzend werden andere Behälterabmessungen („Typ 2“) gewählt: Für diesen Typ ist die maximale Verzögerung beim Fall in den Sand niedriger. Falls auch für diesen Typ beim Fall auf Beton die maximale Verzögerung 10 mal höher ist als beim Fall in den Sand, kann aus dieser Berechnung die maximale Verzögerung für den Fall auf einen Betonboden bestimmt werden.



1 Rechenmodell

Die Bewegung des Behälters wird als Bewegung eines materiellen Punktes betrachtet
(2. Newtonsches Gesetz):

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + P(x) = 0 \quad (1)$$

Der Behälter hat bei einem Fall aus einer Höhe h auf den Hallenboden im Moment des Aufpralls die Geschwindigkeit

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot h \cdot g} \quad (2)$$

Diese Geschwindigkeit wird als Anfangsbedingung verwendet.

2 Modellierung des Behälters Typ 1

| Behälter (Block aus Stahl) | | | | | | |
|----------------------------|--------|------|-------------------------------|---------------------------|------------------------------------|-------------|
| Länge | Breite | Höhe | Dichte ρ | Masse | E-Modul | Poissonzahl |
| 2 m | 2 m | 4 m | $8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ | $m_c = 128000 \text{ kg}$ | $E_s = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$ | $\nu = 0.3$ |

(3)

Es wird angenommen, dass der Behälter aus einer bestimmten Höhe auf den Hallenboden fällt.

3 Modellierung des Hallenbodens

Für den Hallenboden werden zwei Modelle miteinander verglichen:

- Modell 1: der Boden besteht nur aus einem Sandblock von unbeschränkter Dicke.
- Modell 2: der Boden besteht aus einer Betonplatte, die auf einem Sandblock liegt. Die Dicke von Betonplatte und Sand sind vorgegeben.

Zur Bestimmung der maximalen Verzögerung wird hier die Differentialgleichung (1) mit Hilfe einer FEM-Berechnung (wie z.B. LS-DYNA von ANSYS als Droptest) berechnet.

Der Hallenboden wird modelliert als eine 10 mal 10 Meter grosse Platte der Dicke $h_B = 0.35 \text{ m}$, die aus Beton besteht, der in einer oberen und in einer unteren Schicht der Schichtdicke $h_S = 0.025 \text{ m}$ jeweils eine Stahlbewehrung enthält. Auf jeweils 1 m dieser Schicht seien 5 Bewehrungsstäbe eingebaut, von denen jeder einen Querschnitt S_{Bst} mit $S_{Bst} = (0.025 \text{ m})^2 \cdot \pi/4 \approx 4.9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ aufweise. Die Schicht mit den Stahlbewehrungsstäben wird als eine homogene Schicht betrachtet mit dem Elastizitätsmodul E_{SB} , der sich aus den beiden Elastizitätsmoduli E_s für den Bewehrungsstahl und E_B für den Beton wie folgt zusammensetzt:

$$E_{SB} = \frac{E_B \cdot (h_S \cdot 1 \text{ m} - 5 \cdot S_{Bst}) + E_s \cdot 5 \cdot S_{Bst}}{h_S \cdot 1 \text{ m}} \quad (4)$$

Daher ist hier

$$E_{SB} = \frac{2 \cdot 10^{10} \cdot (0.025 \cdot 1 \text{ m}^2 - 5 \cdot 4.9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2) + 2 \cdot 10^{11} \cdot 5 \cdot 4.9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{0.025 \cdot 1 \text{ m}^2} \text{ N/m}^2 \approx 3.77 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$$



Die gesamte Stahlbetonplatte sei dabei wie folgt aufgebaut:

| Hallenboden (Platte aus Stahlbeton und Unterbau) | | | |
|--|---|--|---|
| | Höhe | Länge Breite | E-Modul Poissonzahl ν |
| Beton mit Bewehrung | $0 \geq y \geq -0.025 \text{ m}$ | -5 m $\leq z \leq 5 \text{ m}$ -5 m $\leq x \leq 5 \text{ m}$ | $E_{SB} = 3.77 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$ $\nu = 0.3$ |
| Beton | $-0.025 \text{ m} \geq y \geq -0.325 \text{ m}$ | -5 m $\leq z \leq 5 \text{ m}$ -5 m $\leq x \leq 5 \text{ m}$ | $E_B = 2 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$ $\nu = 0.3$ |
| Beton mit Bewehrung | $-0.325 \text{ m} \geq y \geq -0.350 \text{ m}$ | -5 m $\leq z \leq 5 \text{ m}$ -5 m $\leq x \leq 5 \text{ m}$ | $E_{SB} = 3.77 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$ $\nu = 0.3$ |
| Sand | $-0.350 \text{ m} \geq y \geq -5.350 \text{ m}$ | -5 m $\leq z \leq 5 \text{ m}$ -5 m $\leq x \leq 5 \text{ m}$ | $E_{Sand} = 2 \cdot 10^9 \text{ Pa}$ $\nu = 0.4$ |

Der effektive Elastizitätsmodul E_{eff} dieser Platte ergibt sich dann mit entsprechendem Algorithmus zu

$$E_{eff} = \frac{E_B \cdot (h_B - 2 \cdot h_S) + E_{SB} \cdot 2 \cdot h_S}{h_B} \quad (5)$$

also hier

$$E_{eff} = \frac{2 \cdot 10^{10} \cdot (0.35 - 2 \cdot 0.025) + 3.77 \cdot 10^{10} \cdot 2 \cdot 0.025}{0.35} \text{ N/m}^2 \approx 2.25 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$$

Die Stahlbetonplatte liegt auf einer Sandschicht der Dicke 5,00 m. Sand wird als elastisches Material betrachtet mit $E_{Sand} = 2 \cdot 10^9 \text{ Pa}$ und $\nu = 0.4$. Die plastische Verformung wird nicht berücksichtigt.

Der Sand lagere auf einem "unnachgiebigen" Boden, d.h. am Ort $y = -5.35 \text{ m}$ findet keine Verschiebung in y-Richtung statt ($u_y = 0$). Alle anderen Randflächen des Blocks (des Sandblocks bzw. der Betonplatte mit dem darunterliegenden Sandblock) seien frei von Spannungen sind, d.h. $\sigma_{n,n} = 0$ und $\sigma_{n,t} = 0$, wobei n die Normalen- und t die Tangentialrichtung der entsprechenden Fläche sind.

Alle Schichten seien ideal miteinander verbunden, d.h. zwischen den Schichten bleibt der Kontakt erhalten (die Schichten rutschen nicht gegeneinander).

Aus Symmetriegründen genügt es, die Betonplatte in der x- und in der z-Richtung zu teilen, so dass die FEM-Rechnung nur für ein Viertel des Hallenbodens durchgeführt wird.

4 Falltest

Als Anfangspunkt der Berechnung wird der Zeitpunkt gewählt, zu dem sich der Behälter im Abstand von 0.1 m über der Betonplatte befindet und mit einer Anfangsgeschwindigkeit von $v_0 = 7.3 \text{ m/s}$ auf die Platte fällt (dies entspricht einer Fallhöhe von etwa 3 m).



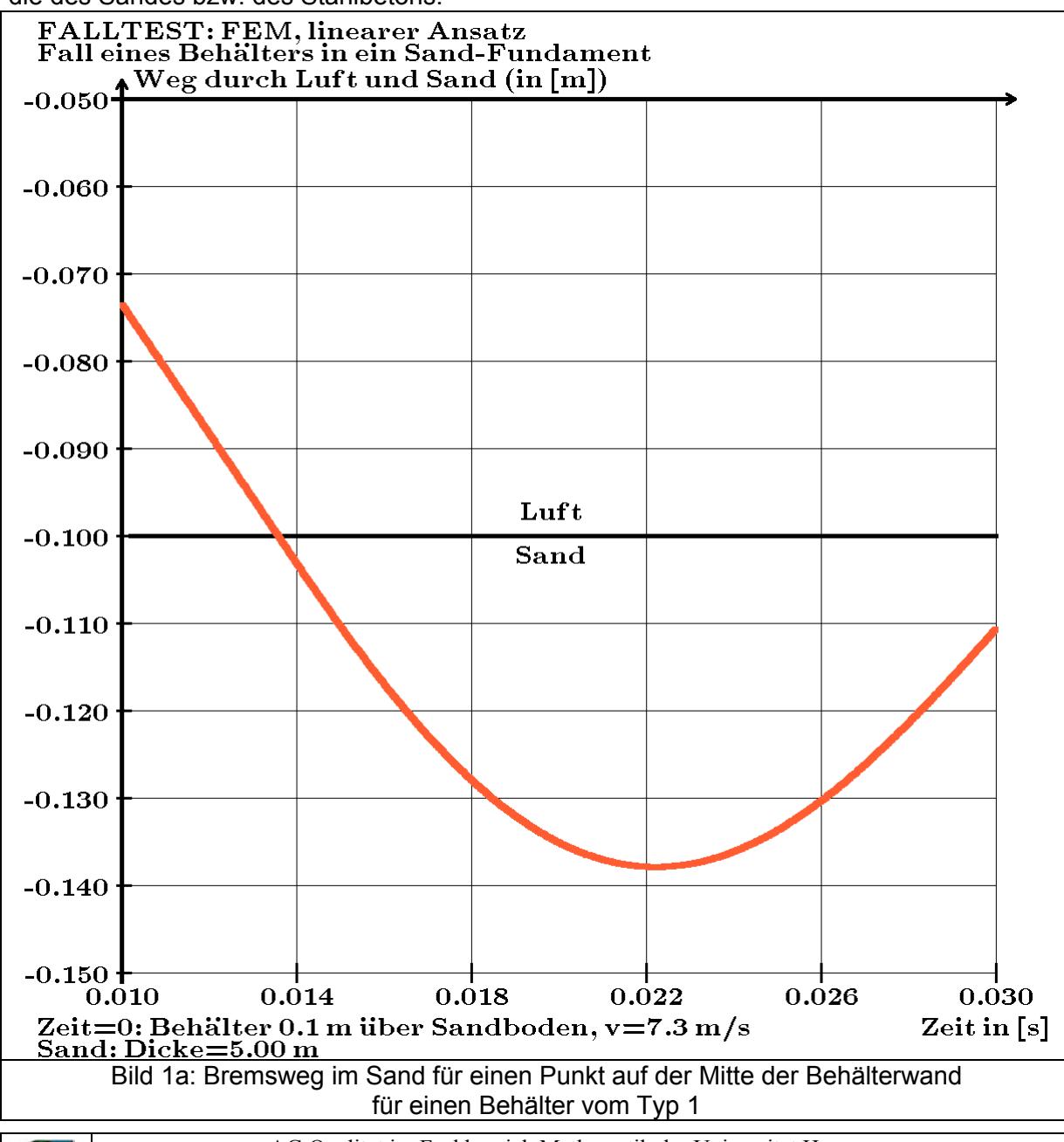
4.1 Fall auf Sand

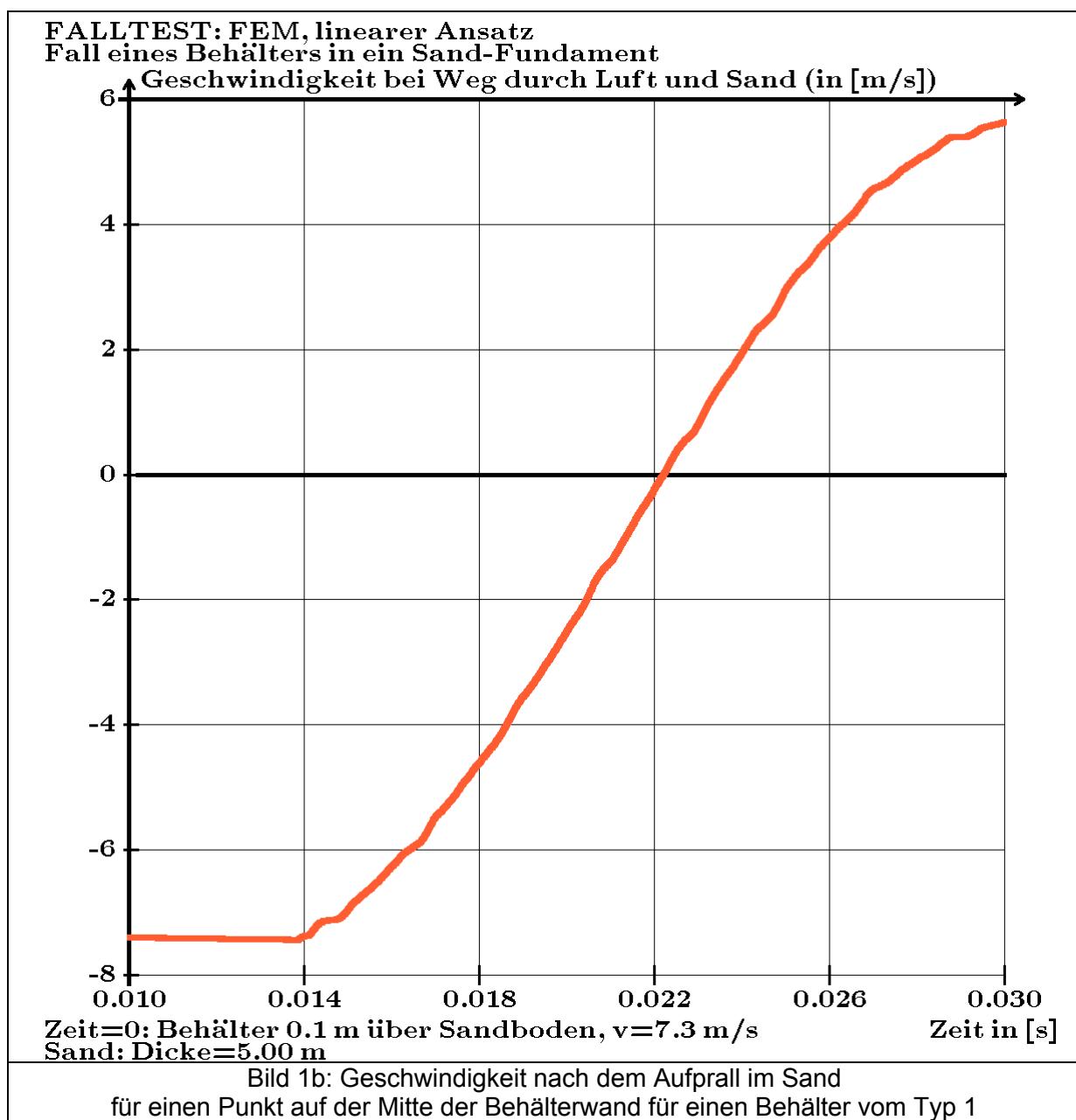
Das Ergebnis der FEM-Rechnung ist in den drei folgenden Bildern dargestellt: Zur Zeit $t = 0.0139 \text{ s}$ trifft der Behälter auf den Sand auf. Bis zum Zeitpunkt $t = 0.03 \text{ s}$ werden folgende Abhängigkeiten dargestellt:

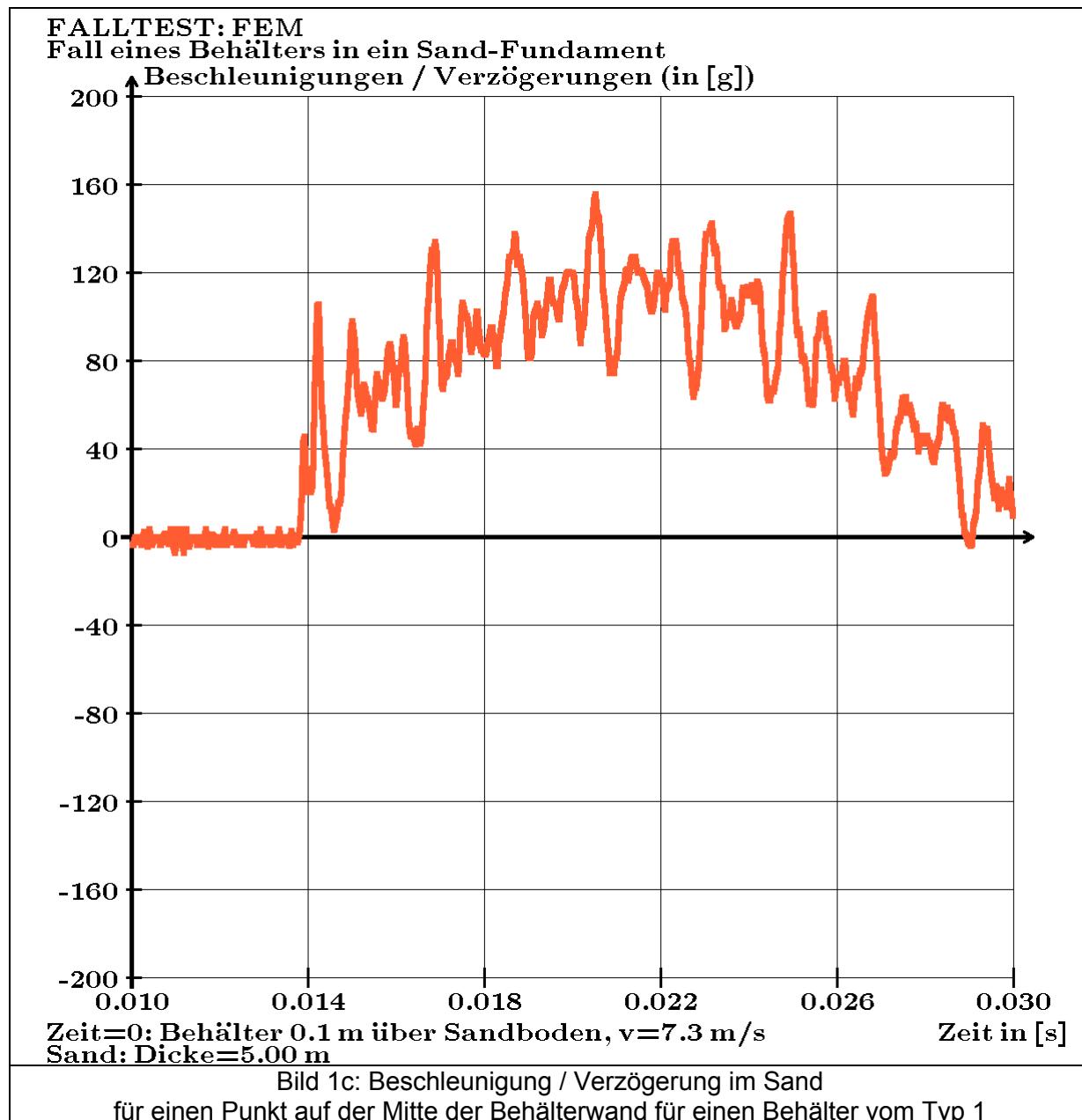
- Bild 1a: Weg $x = x(t)$
- Bild 1b: Geschwindigkeit $\dot{x} = \dot{x}(t)$
- Bild 1c: Beschleunigung $\ddot{x} = \ddot{x}(t)$

Dabei wird die Bewegung eines Punktes auf der Mantelfläche des Behälters dargestellt, der sich genau auf halber Höhe befindet (also 2 m über dem Behälterboden). Da sich auch der Behälter verformt, können sich für verschiedene Punkte im Behälter auch verschiedene Bewegungen ergeben.

Da der Elastizitätsmodul des Behälters wesentlich höher ist als der vom Sand (und auch höher ist als der vom Stahlbeton), sind die Verformungen des Behälters auch geringer als die des Sandes bzw. des Stahlbetons.







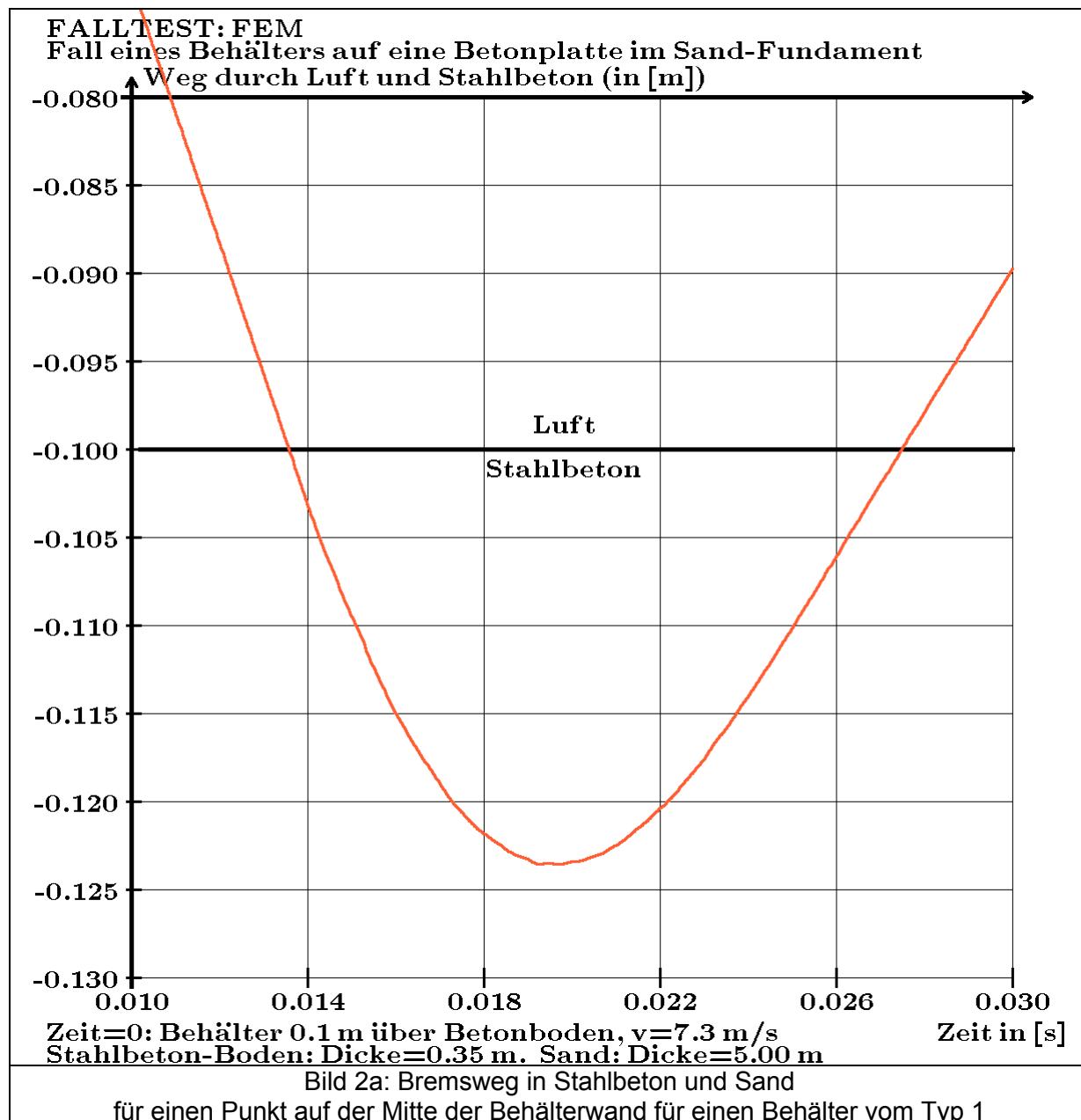
Ergebnis

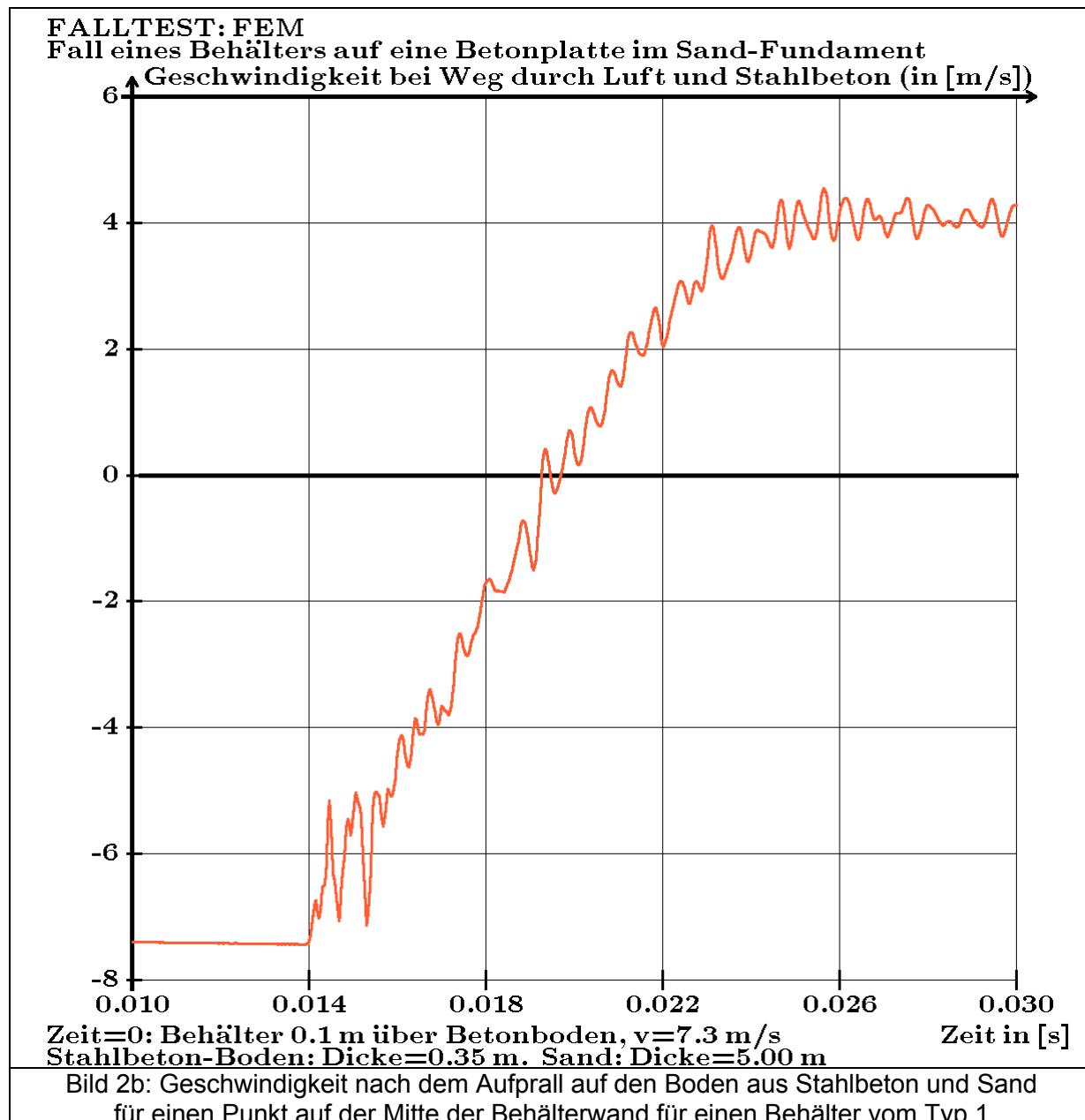
Beim Aufprall des Behälters vom Typ 1 auf ein Fundament aus Sand beträgt die maximale Verzögerung für einen Punkt auf der Mitte der Behälterwand $\ddot{x}_{\max, \text{Sand}} = 160 \text{ g}$ (siehe Bild 1c); der Bremsweg $s_{\text{FEM,lin}}$ beträgt für diesen Punkt $s_{\text{FEM,lin}} = 0.04 \text{ m}$ (siehe Bild 1a)

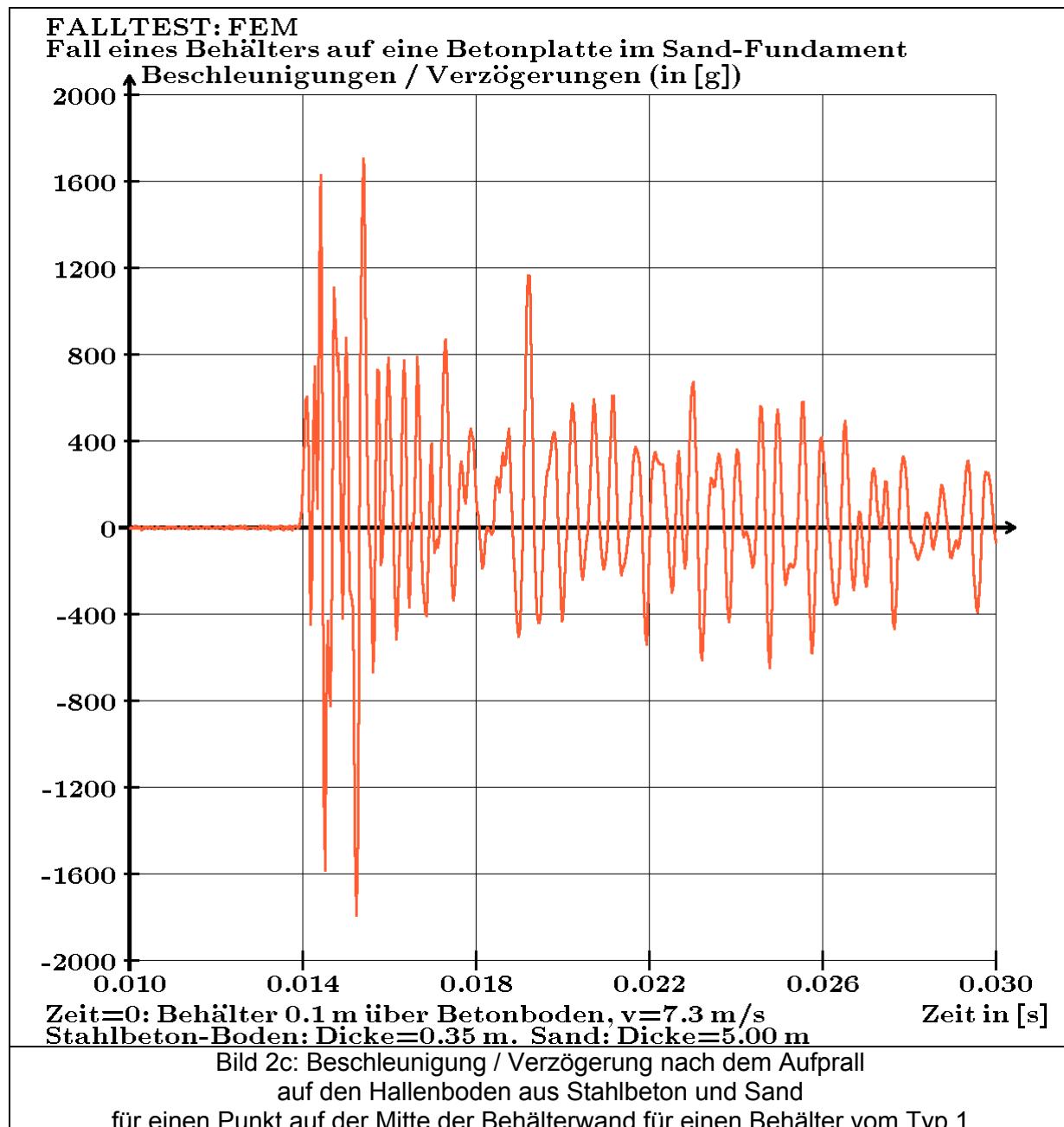
4.2 Fall auf Stahlbetonplatte und Sand

Das Ergebnis der FEM-Rechnung ist in den drei folgenden Bildern dargestellt: Zur Zeit $t = 0.0139 \text{ s}$ trifft der Behälter auf den Sand auf. Bis zum Zeitpunkt $t = 0.03 \text{ s}$ werden folgende Abhängigkeiten dargestellt:

- Bild 2a: Weg $x = x(t)$
- Bild 2b: Geschwindigkeit $\dot{x} = \dot{x}(t)$
- Bild 2c: Beschleunigung $\ddot{x} = \ddot{x}(t)$







Ergebnis

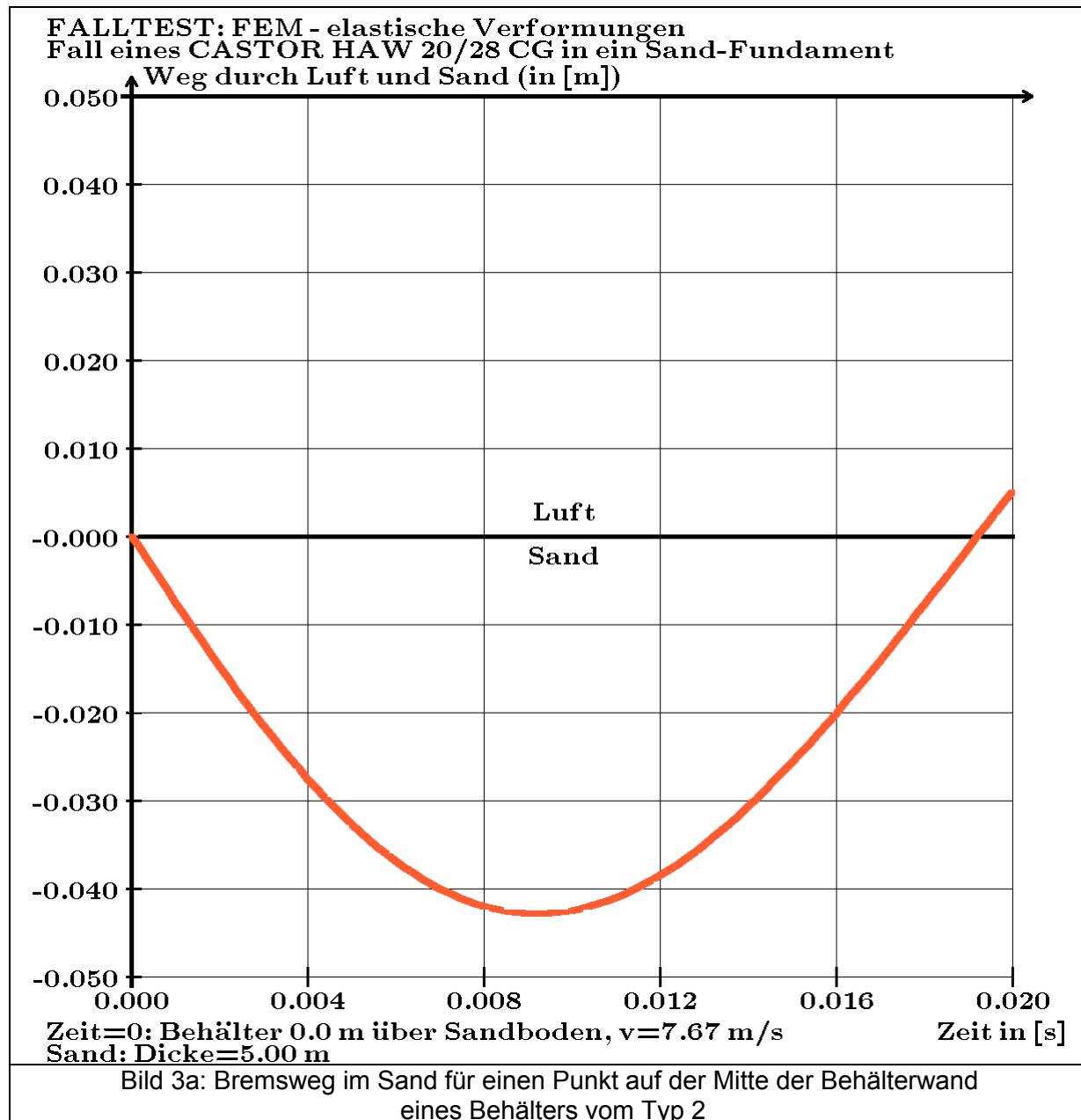
Beim Aufprall eines Behälters vom Typ 1 auf einen Hallenboden aus Stahlbeton, der auf einem Fundament aus Sand liegt, entstehen Eigenschwingungen, die das Bild "verschmutzen" und damit keine eindeutige Bestimmung der maximalen Verzögerung erlauben. Die Verzögerung $\ddot{x}_{\max, \text{Beton}}$ ist etwa 10 mal höher als beim Fall auf den Sand, maximal $\ddot{x}_{\max, \text{Beton}} \approx \pm 1600 \text{ g}$ (siehe Bild 2c). Der Bremsweg $s_{\text{FEM,lin}}$ beträgt $s_{\text{FEM,lin}} = 0.025 \text{ m}$ (siehe Bild 2a).

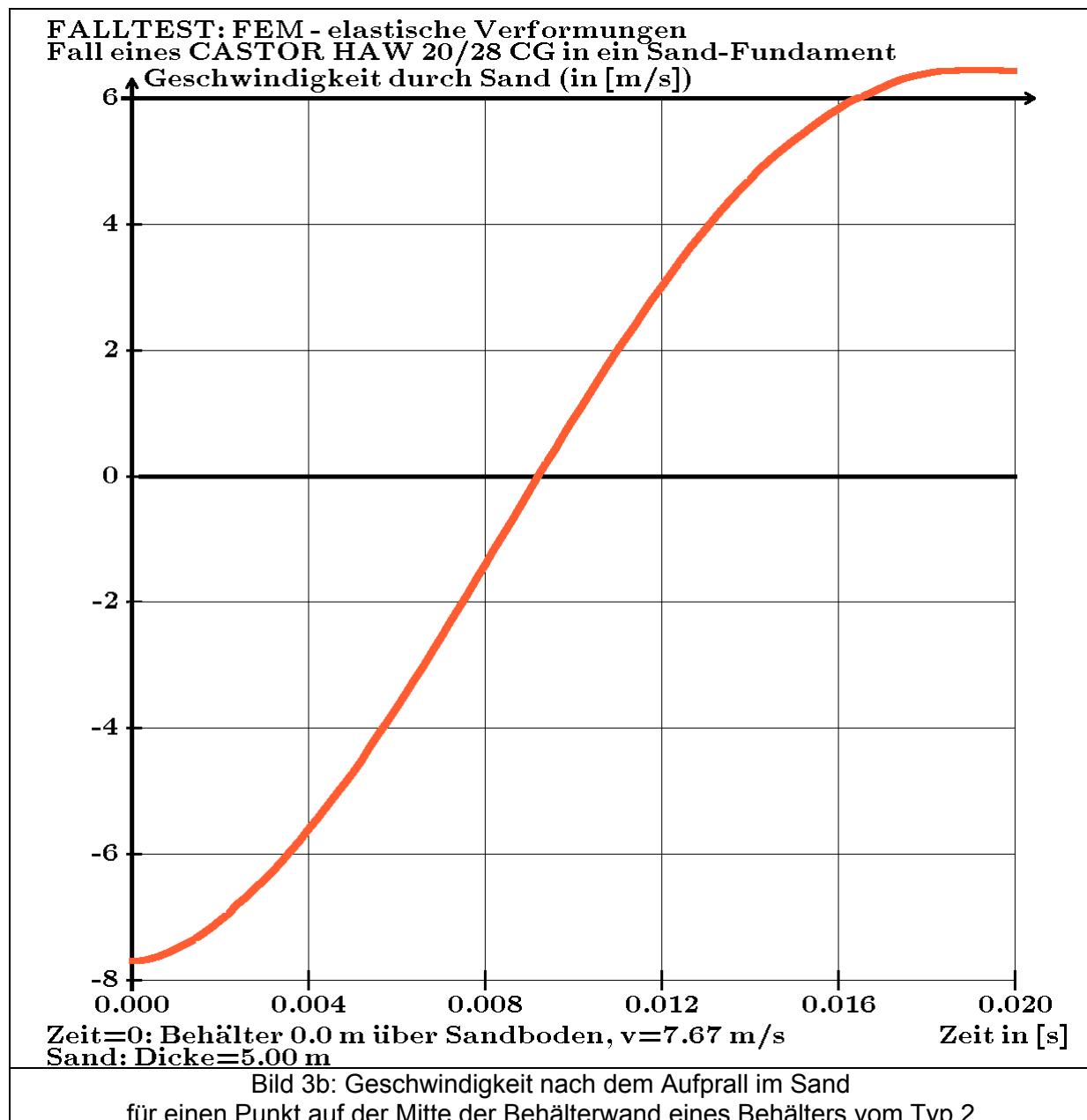
5. Modellierung des Behälters Typ 2

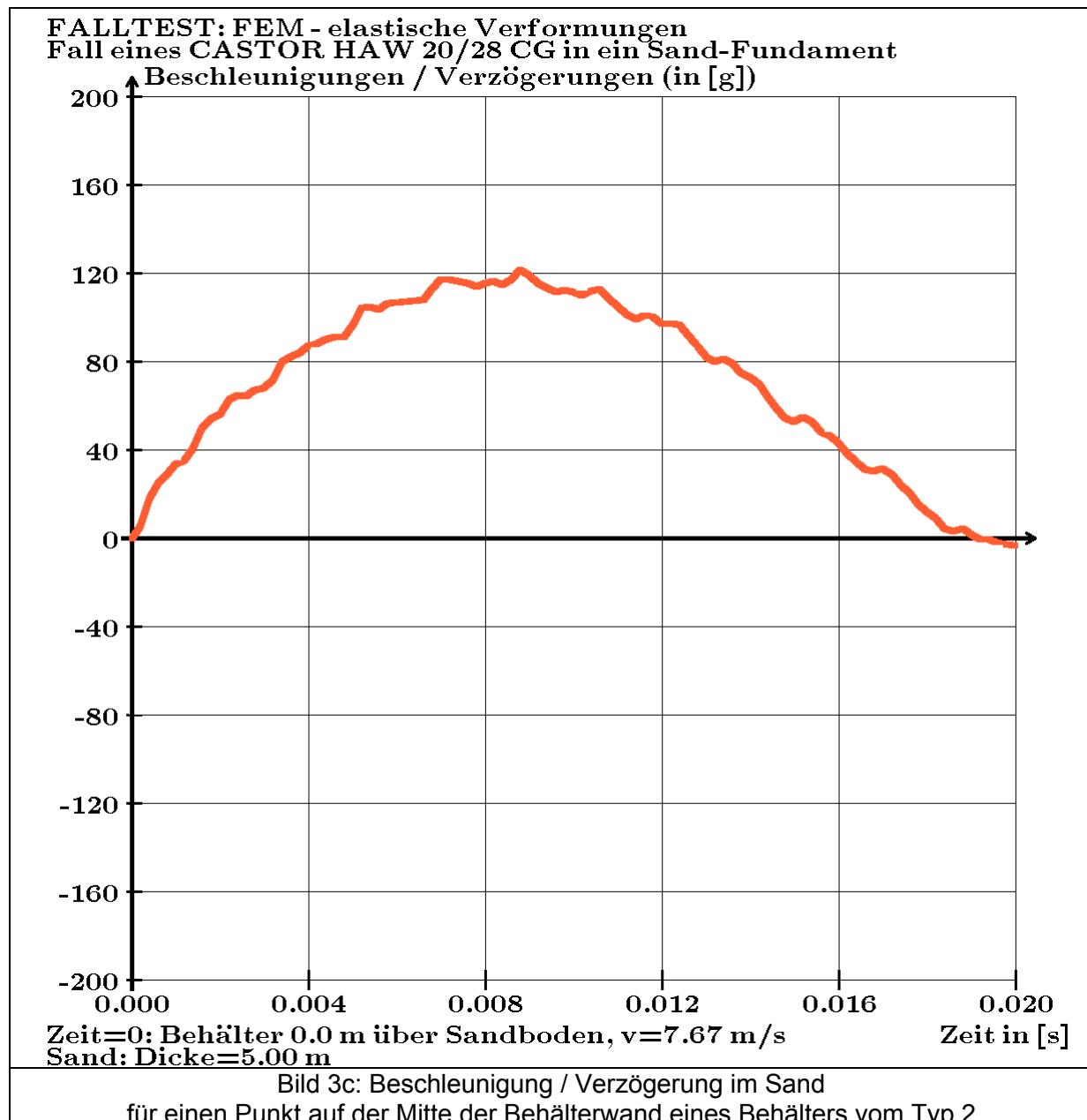
Behälter (Block aus Stahl)

| Durchmesser | Dichte ρ | Masse | E-Modul | Poissonzahl | (1) |
|-------------|-------------------------------|---------------------------|------------------------------------|-------------|-----|
| 2,06 m | $8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ | $m_c = 113000 \text{ kg}$ | $E_s = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$ | $\nu = 0.3$ | |

Wie im Abschnitt 4.1 für einen Behälter vom Typ 1 werden hier entsprechende Ergebnisse für einen Behälter vom Typ 2 dargestellt:







Ergebnis

Beim Aufprall des Behälters vom Typ 2 auf ein Fundament aus Sand beträgt die maximale Verzögerung für einen Punkt auf der Mitte der Behälterwand $\ddot{x}_{max,Sand} = 120 \text{ g}$ (siehe Bild 3c); der Bremsweg $s_{FEM,lin}$ beträgt für diesen Punkt $s_{FEM,lin} = 0.043 \text{ m}$ (siehe Bild 3a)

6. Zusammenfassung

Die FEM-Rechnungen zeigen, dass in einem Behälter beim Aufprall auf einen Hallenboden sehr hohe Beschleunigungen auftreten können. Die Höhe der maximalen Verzögerung ist stark abhängig von der Beschaffenheit des Bodens.

Für einen etwa 128000 kg schweren Behälter aus Stahl (z.B. vom Typ 1) treten in der Mitte (auf halber Höhe) maximale Verzögerungen von 160 g auf, wenn der Hallenboden nur aus einer sehr dicken Schicht Sand besteht.

Wenn der Hallenboden jedoch aus Stahlbeton besteht, der auf einem Fundament aus Sand liegt, dann erreichen die maximalen Verzögerungen an dieser Stelle den Wert von 1600 g. (Diese Werte sind wesentlich niedriger, wenn der Stahlbetonboden frei schwingen kann.)

Fällt ein Behälter mit einer Masse von 113000 kg (wie z.B. vom Typ 2 in dieser Untersuchung) auf Sand, so ist die maximale Verzögerung geringer (120 g). Wenn davon ausgegangen wird, dass die maximale Verzögerung beim Aufprall auf den Betonboden wie bei dem Behälter vom Typ 1 um den Faktor 10 höher ist als beim Fall in den Sand, dann treten beim Aufprall dieses Behälters auf den Betonboden maximale Verzögerungen von 1200 g auf.

Ausblick

1. Die wesentliche Bedeutung der Kenntnis der realen Festigkeit des Bodens führt zu genaueren Modellierungen von Stahlbetonböden. (Die Grundlagen sind in *Festigkeits-eigenschaften des Bodens beim Falltest* abgedruckt unter *Stabilität von Containern* in www-ifm.math.uni-hannover.de/~windelberg/search)
2. Die hohen Verzögerungswerte treten bei hohen Frequenzen auf. Daher wird zur Zeit untersucht, ob durch geeignete Filtermethoden die realen Materialschädigung modelliert werden kann (siehe *Filterung von Beschleunigungs-Daten aus FEM-Rechnungen*, abgedruckt unter *Stabilität von Containern* in www-ifm.math.uni-hannover.de/~windelberg/search).
3. Da für den hier als „Sand“ bezeichneten Werkstoff ein sehr hoher Elastizitätsmodul angenommen wurde ($E_{\text{Sand}} = 2 \cdot 10^9 \text{ Pa}$), wird zur Zeit der Einfluss eines „weicheren“ Sandes auf das Ergebnis untersucht.

Literatur

- [1] Johnson, K.L.: *Contact mechanics*. Cambridge 1985.

