



Dirk Windelberg: Beispiele zur Epidemiologie I

Stand: 6. Februar 2012

Inhaltsverzeichnis

1 Statistische Auswertungen	2
2 Beispiel mit 3 Messdaten	3
2.1 Daten	3
2.2 linearer Ansatz	3
2.3 Parabel	6
2.4 Arcustangens	7
2.5 Ergebnis	8
3 Messdaten und ihre Beschreibung durch Kurven	10
3.1 Rekonstruktionen im Pegel-Intervall [32.5, 37.5]	11
3.1.1 Verordnungsvolumina im Pegelbereich [32.5, 37.5]	12
3.1.2 Zuordnung zwischen Mittelungspegel und $ATJ[C]$	12
3.2 Rekonstruktionen im Pegel-Intervall [30, 75]	14
3.2.1 Verschiedene Sortierungs-Möglichkeiten für Intervalle	14
3.2.2 95%-Bereich der Datensätze	15
3.3 Beschreibung der Messdaten durch Kurven	16
3.4 Mittelwerte	18
3.4.1 gleiche Anzahl Datensätze in 5 Pegel-Intervallen	18
3.4.2 5-dB(A) Fluglärmbelastungs-Intervalle	23
3.4.3 Vergleich der Ergebnisse	24
3.5 lineare Regression	25
3.6 Messgenauigkeit	26
4 Zusammenfassung	26

1 Statistische Auswertungen

Zur Auswertung vieler Daten lassen sich verschiedene Regressionsverfahren anwenden, die jedoch zu unterschiedlichen Ergebnissen führen können. Diese Verfahren verwenden verschiedene Ansatzfunktionen, die einen Zusammenhang zwischen den verschiedenen möglichen Einflußparametern herzustellen versuchen.

Hier wird angenommen, dass untersucht werden soll, ob und gegebenenfalls wie ein Parameter D von n anderen Parametern p_1, p_2, \dots, p_n abhängt.

Dazu sind K Daten in der Form

$$(D(i), p_1(i), p_2(i), \dots) \quad \text{für} \quad 1 \leq i \leq K \quad (1)$$

gegeben, die als Punkte in einem $(n + 1)$ -dimensionalen Raum aufgefasst werden.

Nun wird nach einer „Ansatzfunktion“ f mit

$$D = f(p_1, p_2, \dots, p_n)$$

gesucht, so dass gilt

Prinzip der kleinsten Quadrate

Das mittlere Abstandsquadrat zwischen den Punkten

$$(D(i), p_1(i), p_2(i), \dots, p_n(i))$$

und der durch eine „Fläche“ im $(n + 1)$ -dimensionalen Raum dargestellten Ansatzfunktion

$$D = f(p_1, p_2, \dots, p_n)$$

ist minimal.

Im Folgenden werden Datensätze von der Form (1) betrachtet und zu diesen jeweils Ansatzfunktionen gesucht, die diese Datensätze nicht nur formal, sondern auch inhaltlich optimal beschreiben. Insbesondere wird untersucht, ob ein linearer Lösungs-Ansatz inhaltlich zu rechtfertigen ist. Es werden daher standardisierte lineare Ansätze mit anderen (nicht linearen) Ansätzen verglichen, um zu entscheiden, welcher Ansatz die gestellte Aufgabe „besser“ charakterisiert.

2 Beispiel mit 3 Messdaten

2.1 Daten

Der unten angegebene Datensatz beschreibt Daten zum Zusammenhang zwischen Fluglärmbelastung mit einem Mittelungspegel p_1 und Verordnungsvolumen $ATJ[C](i)$ für Arzneimittel einer Arzneimittelgruppe $C^1)$ für 7 Versicherte:

Versicherter	Fluglärm nachts (3-5 Uhr)	Verordnungsvolumen
i	$p_1(i)$	$D(i)$
1	45 dB(A)	50
2	70 dB(A)	100
3	70 dB(A)	100
4	75 dB(A)	300
5	75 dB(A)	300
6	75 dB(A)	300
7	75 dB(A)	300

Tabelle 2.1: Beispiel 3 MESSDATEN

Diese Daten werden zu Punkten in einem Koordinatensystem verarbeitet (*Bild 2.1*). Die Größe der Punkte soll die Anzahl der Versicherten zu den Parametern obiger Tabelle charakterisieren.

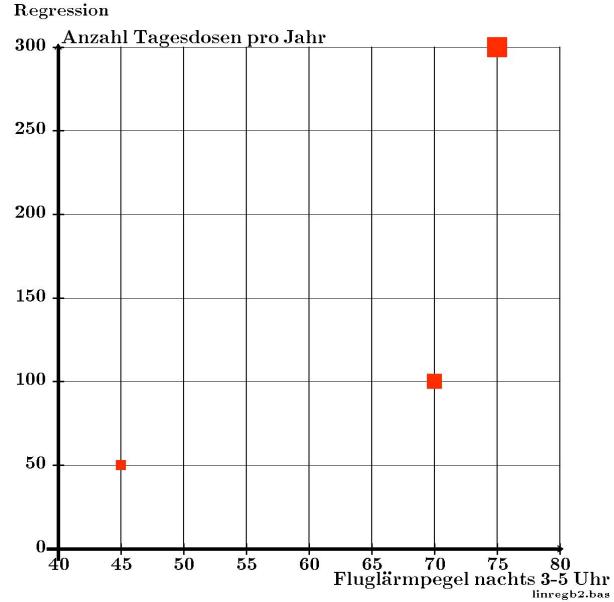


Bild 2.1: Beispiel 3 MESSPUNKTE

2.2 linearer Ansatz

Die einfachste mathematische (und außerhalb der Mathematik „übliche“) Beschreibung dieses Szenariums erfolgt durch eine LINEARE REGRESSION zwischen den Pegeln $p_1(i)$ und dem Verordnungsvolumen $ATJ[C](i)$. Dazu werden zwei Parameter a_1 und a_2 bestimmt, so dass die Summe der Quadrate der y -Differenzen zwischen den Messpunkten und einer REGRESSIONSGERADE der Form

$$ATJ[C](p_1) = a_1 + a_2 \cdot p_1 \quad (2)$$

minimal wird. Diese y -Differenz ist jedoch meist nicht gleich dem geometrischen Abstand²⁾. Nach dem Verfahren „lineare Regression“ wurde die grüne Gerade in *Bild 2.2* bestimmt.

Werden auch REGRESSIONSKURVEN betrachtet, kann das Ergebnis beliebig falsch werden (siehe dazu den Vortrag des Autors „Dosis-Wirkungs-Beziehung - mathematische Betrachtungen zu verschiedenen Aus- und Bewertungen“ (DAGA 2012)).

¹⁾ z.B. Anzahl Tagesdosen pro Jahr (ATJ) eines Arzneimittels der Arzneimittelgruppe „Cardiaca“ (C): Arzneimittel zur Behandlung von Herz- und Kreislauf-Erkrankungen

²⁾ In der IF-Studie II ([5]) wird zusätzlich die Differenz der x -Werte betrachtet und dann die Winkelhalbierende dieser beiden Geraden gewählt; auch diese Winkelhalbierende ist jedoch nicht die Gerade, deren Summe (geometrischer) Abstandsquadrate minimal ist.

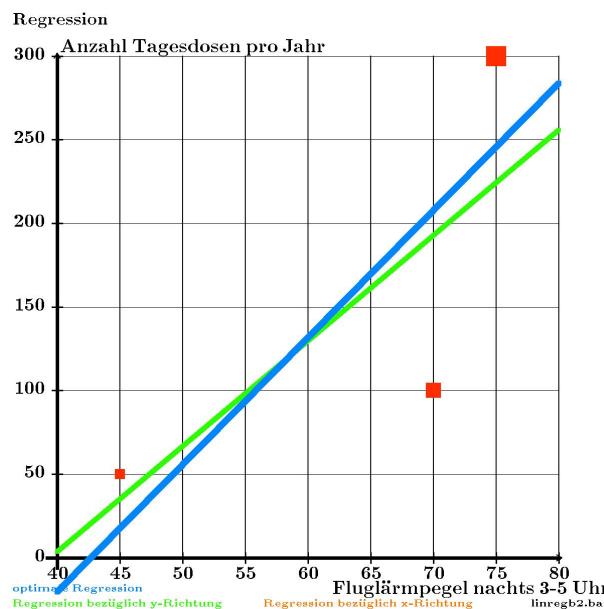


Bild 2.2: Ansatzfunktion linear

In Bild 2.2 wurde die grüne Regressionsgerade durch das Minimum der Abstandssquare Abstände parallel zur y -Achse bestimmt („Regressionsgerade“). Die blaue Gerade ist die Gerade, zu der die Summe der geometrischen Abstandssquare zwischen Gerade und Messpunkten minimal ist. Diese beiden Geraden unterscheiden sich und führen somit zu verschiedenen Prognosen.

In Bild 2.3 wird der Unterschied dieser beiden Geraden durch zusätzliche Kurven gekennzeichnet:

Für die grüne Regressionsgerade sind die Abstände parallel zur y -Achse grün eingetragen, während für die blaue Regressionsgerade als Tangente der Kreise interpretiert werden kann, deren Summe der Radienquadrate minimal ist.

Die bezüglich des PRINZIPS DER KLEINSTEN QUADRATEN (blaue) „optimale Gerade“ in Bild 2.2 hat die Gleichung

$$G_2 = \{(p_1, ATJ[C](p_1)) \mid 45 \text{ dB}(A) \leq p_1 \leq 75 \text{ dB}(A)\}$$

mit

$$ATJ[C](p_1) = a_1 + a_2 \cdot p_1$$

wobei $a_1 = -325$ und $a_2 = 7.61$

in Gleichung (2).

Eine Fluglärmbelastung von $62 \text{ dB}(A)$ erfordert 147 Tagesdosen pro Jahr, und

Eine Fluglärmbelastung von $72 \text{ dB}(A)$ erfordert 223 Tagesdosen pro Jahr

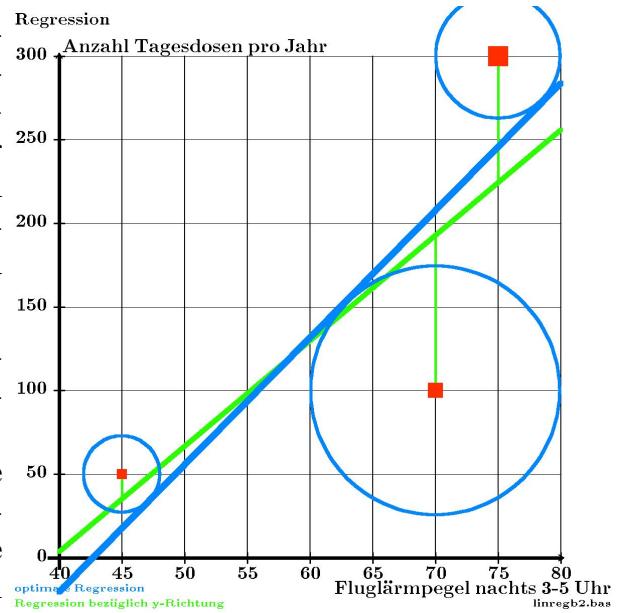


Bild 2.3: Ansatzfunktion linear

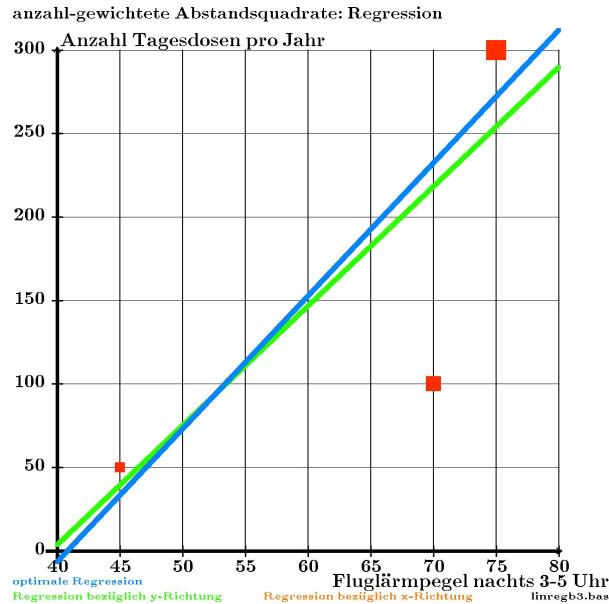
In Bild 2.4 wird nicht die Summe der 3 verschiedenen Messgeometrischen, sondern die Summe der „anzahl-gewichteten“ Abstandsquadrate minimiert. Dazu wird das Abstandsquadrat zu dem Punkt (75, 300) 4-fach gezählt, während das Abstandsquadrat zu dem Punkt (45, 50) nur einfach gezählt wird; bei diesem Verfahren wird die unterschiedliche Anzahl der Versicherten in den 3 Pegelbereichen berücksichtigt, die jeweils der gleichen Fluglärmbelastung ausgesetzt waren.

Die optimale Gerade hat hier die Gleichung

$$G_3 = \{(p_1, ATJ[C](p_1)) , 45 \text{ dB}(A) \leq p_1 \leq 75 \text{ dB}(A) \}$$

mit

$$ATJ[C](p_1) = a_1 + a_2 \cdot p_1, \quad \text{wobei} \quad a_1 = -325 \text{ und } a_2 = 7.96$$



Eine Fluglärmbelastung von $62 \text{ dB}(A)$ erfordert 169 Tagesdosen pro Jahr, und
 Eine Fluglärmbelastung von $72 \text{ dB}(A)$ erfordert 248 Tagesdosen pro Jahr

Bild 2.4: Ansatzfunktion gewichtet linear

Gegenüber der Approximation aus Bild 2.2 mit der optimalen Geraden unter Vernachlässigung der Gewichtung nach der Anzahl der Versicherten ist hier das Verordnungsvolumen für die Fluglärmbelastung von $62 \text{ dB}(A)$ um 15% höher, obwohl die Regression Bild 2.4 die Daten anders repräsentiert.

Ob die Berücksichtigung der Gewichtung nach der Anzahl der Versicherten „besser“ ist als die Berücksichtigung gleicher Anzahlen Versicherter in jeder „Pegelklasse“ wie in Bild 2.2, hängt von der Aufgabenstellung ab.

2.3 Parabel

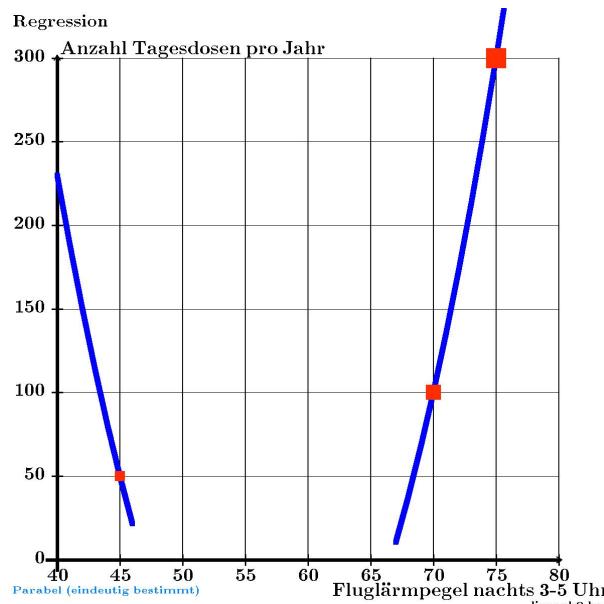


Bild 2.5: Ansatzfunktion Parabel

Die Bild 2.5 zeigt, dass es genau eine Kurve (als eine spezielle „Fläche“) gibt, die durch sämtliche als Punkte interpretierte Daten verläuft. Es ist eine Parabel, für welche die Summe jeder Art von Abstandsquadrate zu den 3 Punkten gleich 0 ist.

$$G_4 = \{(p_1, ATJ[C](p_1)) , 45 \text{ dB}(A) \leq p_1 \leq 75 \text{ dB}(A) \}$$

mit

$$ATJ[C](p_1) = a_1 + a_2 \cdot p_1 + a_3 \cdot p_1^2$$

wobei $a_1 = 3950$ und $a_2 = -143$ und $a_3 = 1.27$.

Eine Fluglärmbelastung von $62 \text{ dB}(A)$ erfordert -46 Tagesdosen pro Jahr, und

Eine Fluglärmbelastung von $72 \text{ dB}(A)$ erfordert 222 Tagesdosen pro Jahr

Ein Vergleich zeigt: Die bisher beste Approximation der drei Punkte wird durch die Parabel erreicht. Aber das Ergebnis für eine Fluglärmbelastung von $62 \text{ dB}(A)$ entspricht nicht den Erwartungen (die bei einer geringen Zahl von Versicherten noch plausibel sind):

Wenn bei einer Fluglärmbelastung von $45 \text{ dB}(A)$ noch das mittlere Verordnungsvolumen bei 50 Tagesdosen liegt, ist es nicht nur „unwahrscheinlich“, sondern sogar unmöglich, dass bei einer Fluglärmbelastung von $62 \text{ dB}(A)$ das mittlere Verordnungsvolumen auf -46 Tagesdosen sinkt.

2.4 Arcustangens

Die nicht-lineare Empfindlichkeit gegenüber den aus Vorbeiflugpegeln berechneten Mittelungspegeln wird weder durch eine Gerade noch durch eine Parabel angemessen beschrieben, denn bei diesen beiden Kurven ergeben sich bei Fluglärmpegeln von mehr als $75 \text{ dB}(A)$ unzulässig hohe Verordnungsvolumen.

Diese Unzulässigkeit wird bei Verwendung einer Arcustangenskurve vermieden (siehe auch [10]):

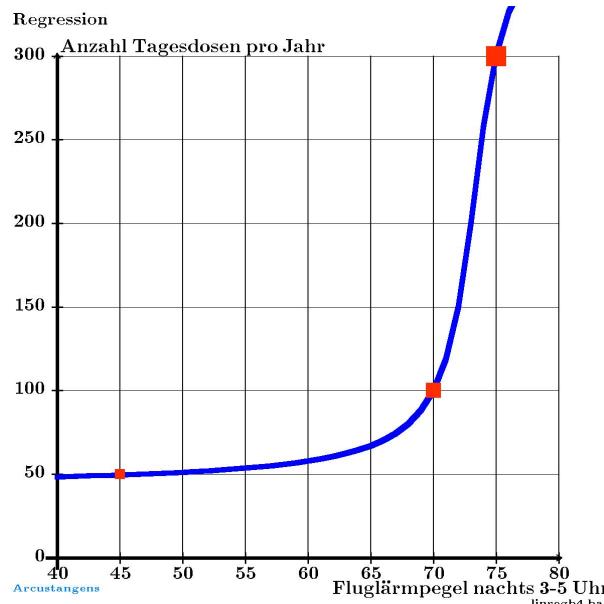


Bild 2.6: Ansatzfunktion Arcustangens

Die Bild 2.6 zeigt, dass die eingezeichnete Arcustangenskurve (als eine spezielle „Fläche“) durch sämtliche als Punkte interpretierte Daten verläuft. Die Anzahl der Tagesdosen bleibt beschränkt, auch wenn der Fluglärm beliebig laut wird.

Hier wurde (willkürlich) der Wendepunkt in die Höhe

Verordnungsvolumen 218 gelegt. Dadurch ist diese Arcustangens-Kurve eindeutig bestimmt.

Eine Fluglärmbelastung von $62 \text{ dB}(A)$ erfordert 60 Tagesdosen pro Jahr, und

Eine Fluglärmbelastung von $72 \text{ dB}(A)$ erfordert 150 Tagesdosen pro Jahr

$$G_5 = \{(p_1, ATJ[C](p_1)) , 40 \text{ dB}(A) \leq p_1 \leq 80 \text{ dB}(A) \}$$

mit

$$ATJ[C](p_1) = a_1 + a_2 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \text{atn}((p_1 - a_3) \cdot a_4)$$

wobei $a_1 = 218$, $a_2 = 176$, $a_3 = 73.3$ und $a_4 = 0.534$.

2.5 Ergebnis

Die hier vorgestellten Regressionen für einen sehr einfachen Datensatz zeigen bereits, dass die Auswahl einer für diese Untersuchung geeigneten Kurve entscheidend für das Ergebnis sein kann: Wenn auf Grund der gegebenen Datensätze vorhergesagt werden soll, wie hoch das voraussichtliche Verordnungsvolumen bei einer Fluglärmbelastung von $62 \text{ dB}(A)$ (bzw. $72 \text{ dB}(A)$) ist, so ergeben sich sehr verschiedene Werte, obwohl diese Belastungen innerhalb der gegebenen Fluglärmdata (45, 70 und $75 \text{ dB}(A)$) liegen:

Bild	Beschreibung	Verordnungsvolumen	
		$p_1 = 62 \text{ dB}(A)$	$p_1 = 72 \text{ dB}(A)$
2.2	$ATJ[C](p_1) = -325 + 7.61 \cdot p_1$	147	223
2.4	$ATJ[C](p_1) = -325 + 7.96 \cdot p_1$	169	248
2.5	$ATJ[C](p_1) = 3950 - 143 \cdot p_1 + 1.267 \cdot p_1^2$	-46	222
2.6	$ATJ[C](p_1) = 218 + \frac{352}{\pi} \cdot \text{atn}((p_1 - 73.3) \cdot 0.534)$	60	150

Tabelle 2.2: Vergleich der Ergebnisse bei verschiedenen Ansatzfunktionen für den Datensatz aus Tabelle 2.1

Am „plausibelsten“ dürfte das Ergebnis 1.1.4 mit der Arcustangenskurve (*Bild 2.6*) gelten.

Das *Bild 2.2* zeigt das Ergebnis bei Verwendung einer linearen Ansatzfunktion. Das durch Interpolation bestimmten Verordnungsvolumen weicht jedoch sowohl bei $p_1 = 62 \text{ dB}(A)$ als auch bei $p_1 = 72 \text{ dB}(A)$ erheblich von dem Verordnungsvolumen ab, das bei Verwendung der Arcustangenskurve bestimmt wurde:

Unabhängig von einer Bewertung dieser Ergebnisse ergibt sich, dass die Verwendung linearer Ansatzfunktionen nicht geeignet ist, eine Entscheidung über einen signifikanten Unterschied im Verordnungsvolumen bei Versicherten in unterschiedlich von Fluglärm betroffenen Gebieten zu finden.

Hier ist die Arcustangenskurve die optimale Beschreibung der Daten aus *Tabelle 2.1*.

Innerhalb des betrachteten Bereiches von 45 bis $75 \text{ dB}(A)$ ist die mit Hilfe linearer Regression berechnete Abhängigkeit falsch:
 bei $62 \text{ dB}(A)$ ergeben sich 147 (oder 169) $\text{dB}(A)$ - anstelle 60 $\text{dB}(A)$
 bei $72 \text{ dB}(A)$ ergeben sich 223 (oder 248) $\text{dB}(A)$ - anstelle 150 $\text{dB}(A)$
lineare Regression eignet sich daher auch bei einfachen 2-dimensionalen Problemen nicht immer zur vereinfachten Beschreibung von Messdaten.

Diese Unterschiede sind keine Rechenungsgenauigkeiten, sondern prinzipielle Fehler.

Mathematisch ist es ausreichend, an diesem Beispiel zu zeigen, dass sich nicht alle Datensätze durch lineare Funktionen (hier: Geraden) beschreiben lassen.

Für andere Bereiche werden hier jedoch umfangreichere Beispiele betrachtet, an denen allerdings weitere Probleme auftreten, zu denen es keine eindeutigen Lösungen gibt (siehe auch in der Literatur Beck-Bornholdt / Dubben: „Der Hund, der Eier legt“ in [1], Seite 153 ff.).

3 Messdaten und ihre Beschreibung durch Kurven

Hier wird für ein Beispiel mit vielen Messdaten nach einer geeigneten mathematischen Beschreibung gesucht.

Beispiel 645

Es werden 645 bei einer Krankenkasse Versicherte betrachtet, die jeweils in einem Bereich wohnen, der durch Fluglärm mit einem Jahres-Nacht-Mittelungspegel von mindestens $32.5 \text{ dB}(A)$ belastet ist.

Für eine bestimmte Arzneimittelgruppe C wird für jeden dieser Versicherten ermittelt:

- P die Höhe des Jahres-Nacht-Mittelungspegels aller Vorbeiflugpegel in $\text{dB}(A)$, die an der Außenwand der Wohnung des Versicherten während der 365 Nächte eines Jahres gemessen bzw. berechnet wurden
- T das Verordnungsvolumen $ATJ[C]$ eines Arzneimittels aus einer Arzneimittelgruppe C , d.h. die Anzahl „Tagesdosen“ dieses Arzneimittels während eines Jahres (also maximal 365 Tagesdosen).

In diesem *Beispiel 645* wird jeder der 645 Versicherten durch einen Punkt in einem 2-dimensionalen Koordinatensystem repräsentiert:

- die erste Komponente ist der Jahres-Nacht-Mittelungspegel als Mittelwert der 365 Nacht-Mittelungspegel, der an der Außenwand des Schlafzimmers des Versicherten errechnet wird
- die zweite Komponente ist die Anzahl $ATJ[C]$ Tagesdosen pro Jahr von Arzneien aus der Arzneimittelgruppe Cardiaca.

Nach dem „Prinzip der kleinsten Quadrate“ bezüglich der geometrischen Abstände zwischen den als Punkte dargestellten Daten wird sowohl eine optimale Arcustangenskurve als auch eine optimale Regressionsgerade bestimmt: wenn der mittlere geometrische Abstand bei der Arcustangenskurve kleiner ist als bei der Regressionsgeraden, so liegen die Punkte „näher“ an der Arcustangenskurve - und umgekehrt.

Das Ergebnis wurde in der folgenden Tabelle dokumentiert³):

P Mittelwert in dB(A)	ATJ[C] Mittelwert μ	ATJ[C] Standardabw. σ	Anzahl Ver- sicherte
35	63	79	26
40	73	74	50
45	74	77	75
50	57	60	85
55	71	63	69
60	80	70	116
65	101	81	129
70	116	93	97
			645

*Tabelle 4.1: Mittelwerte der Messdaten
bei Aufteilung in 8 Pegelklassen von jeweils 5 dB(A) Breite⁴)*

3.1 Rekonstruktionen im Pegel-Intervall [32.5, 37.5]

Eine Rekonstruktion der einzelnen Messwerte ist nicht eindeutig möglich. Um die Vielfalt möglicher zugrundeliegender Datensätze zu demonstrieren, werden hier exemplarisch für das erste Pegel-Intervall [37.5, 37.5] mit dem Mittelwert 35 dB(A) mehrere mögliche Datensätze rekonstruiert.

Dazu gibt es unterschiedliche Verfahren:

- Es wird angenommen, dass sich der Pegel-Mittelwert 35 dB(A) aus einer zufälligen Verteilung der einzelnen Pegel innerhalb des Pegel-Intervall [32.5, 37.5] ergibt.
- Der obigen Tabelle ist zu entnehmen, dass es 26 Versicherte gibt, deren Wohnung in diesem Pegelbereich liegt. Jedem dieser 26 Versicherten kann dann (irgend) ein Pegel aus diesem Intervall zugewiesen werden.
- Zusätzlich ist jedem Versicherten ein Verordnungsvolumen $ATJ[C]$ zuzuordnen. Diese 26 Verordnungsvolumina der 26 Versicherten genügen einer Normalverteilung mit dem Mittelwert $\mu = 63$ und der Standardabweichung $\sigma = 79$.

³) Die gemittelten Messdaten zu diesem Beispiel wurden dem Forschungsvorhaben „Leiser Verkehr“ ([3]) entnommen, wobei zu jedem der Pegelmittelwerte P die jeweiligen Lästigkeitsbewertungen b (Werte zwischen 1 und 5) zu Verordnungsvolumen ATJ Jahr mit Hilfe der Gleichung $ATJ = (b-1) \cdot 75$ umgeformt wurden. Die Standardabweichungen σ der Verordnungsvolumen ergeben sich aus den Standardabweichung σ_{LV} entsprechend durch $\sigma := \sigma_{LV} \cdot 75$.

⁴) Es fällt auf, dass bei dem Pegel-Mittelwert $P=50$ dB(A) die Anzahl Tagesdosen pro Jahr nur 57 beträgt, während sie bei wesentlich niedrigeren Pegeln mindestens 63 beträgt: die Lärmbelastung wird größer - aber der Arzneimittelverbrauch sinkt!

3.1.1 Verordnungsvolumina im Pegelbereich [32.5, 37.5]

Pegel-Intervall [32.5, 37.5]:

Zur Rekonstruktion wurde angenommen, dass die Verordnungsvolumen $ATJ[C](i)$ der 26 Versicherten i ($1 \leq i \leq 26$) normalverteilt sind mit dem Mittelwert $\mu = 63$ und der Standardabweichung $\sigma = 79$.

i	1	2	3	4	5	6	
$ATJ[C](i)$	0	8	15	21	27	33	
i	7	8	9	10	11	12	
$ATJ[C](i)$	39	44	50	56	61	67	
i	13	14	15	16	17	18	
$ATJ[C](i)$	73	79	85	91	98	105	
i	19	20	21	22	23	24	
$ATJ[C](i)$	112	120	129	139	150	164	
i	25	26					
$ATJ[C](i)$	182	212					

Tabelle 4.2:

Pegel-Intervall [32.5, 37.5]:
Verordnungsvolumen $ATJ[C](i)$
(sortiert)

Der Flächeninhalt unter der schwarzen Kurve wird in 26 gleich grosse Flächeninhalte aufgeteilt. Dann ergeben sich die Verordnungsvolumina $ATJ[C](i)$ für $1 \leq i \leq 26$.

3.1.2 Zuordnung zwischen Mittelungspegel und $ATJ[C]$

Hier wird weiterhin exemplarisch nur das Pegel-Intervall [32.5, 37.5] betrachtet. Von Fluglärm in diesem Pegel-Intervall sind 26 Versicherte betroffen.

Damit ergibt sich für jeden dieser 26 Versicherten i eine Zuordnung

- zu einem nicht angegebenen (und damit frei zu wählenden) Pegel $p(i)$ zwischen 32.5 und 37.5 dB(A)
- zu einer Anzahl $ATJ[C](i)$ im Rahmen der Parameter der zugeordneten Normalverteilung, also gemäß Tabelle 4.2

Diese Zuordnung ist jedoch nicht eindeutig, und so gibt es mindestens 4 Möglichkeiten, für dieses Pegel-Intervall [32.5, 37.5] die Messdaten zusammenzuführen, ohne dabei die Vorgaben aus Tabelle 4.1 zu verletzen:

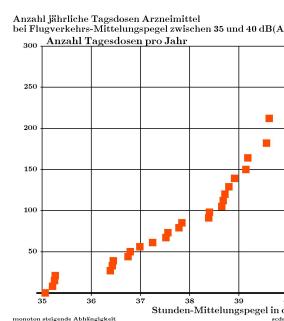


Bild 4.2:
monoton steigend

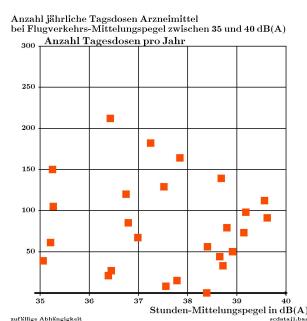


Bild 4.3:
zufällig angeordnet

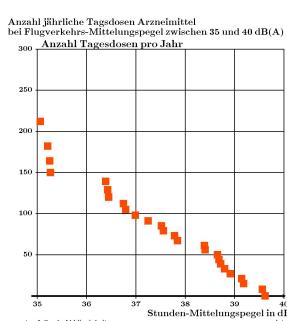


Bild 4.4:
monoton fallend

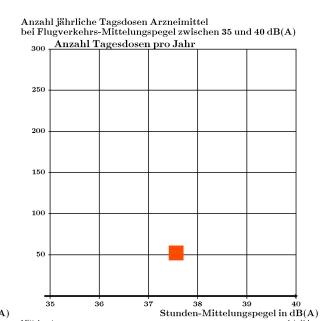


Bild 4.5:
Mittelwert

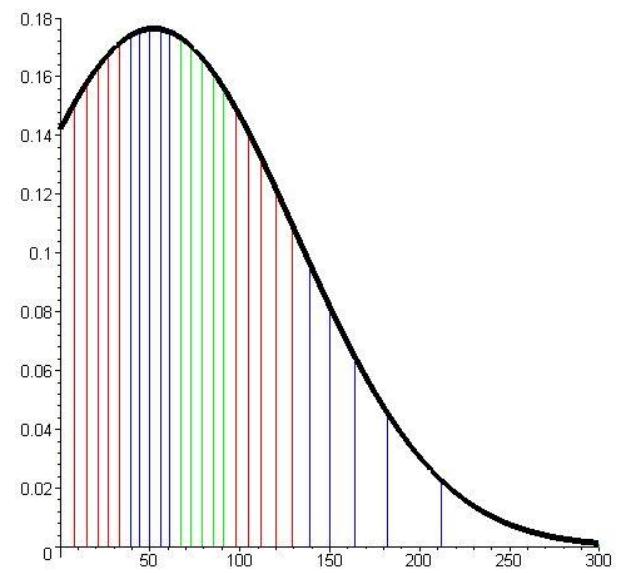


Bild 4.1: Pegel-Intervall [32.5, 37.5]:
Normalverteilung
der Verordnungsvolumen $ATJ[C]$
auf die 26 Versicherten

Aus den drei Datensatz-Informationen

- I.1 Anzahl=26 Versicherte, die von Fluglärm mit einem Stunden-Mittelungspegel zwischen 32.5 und 37.5 dB(A) betroffen sind
- I.2 Verordnungsvolumen $ATJ[C]$ -Mittelwert= $\mu=52$
- I.3 Verordnungsvolumen $ATJ[C]$ -Standardabweichung= $\sigma=79$

sind diese 4 Rekonstruktionen zum Pegel-Intervall [32.5, 37.5] möglich. Sie zeigen, dass der zugrundeliegende Datensatz sehr unterschiedlich strukturiert sein kann - aber sie zeigen auch, dass möglicherweise wesentliche Strukturen verloren gehen bei einer Reduktion auf die Informationen I.1 bis I.3.

- Die Rekonstruktion in *Bild 4.2* würde die Vorstellung bestärken, dass mit steigendem Mittelungspegel auch die Anzahl jährlicher Tagesdosen eines Arzneimittels der Arzneimittelgruppe C steigt.
- In *Bild 4.3* ist eine von sehr vielen „zufälligen“ Verteilungen dargestellt.
- *Bild 4.4* zeigt, die Informationen I.1 bis I.3 auch so interpretiert werden können, dass mit steigendem Pegel die Anzahl der pro Jahr verschriebenen Arzneimittel geringer wird!
- Die zusammenfassende Beschreibung in *Bild 4.5* durch den Mittelwert der Verordnungsvolumina bei $ATJ[C] = 52$, wenn ein mittlerer Fluglärm-Pegel von 35 dB(A) herrscht, lässt jede der vorangegangenen (oder auch andere) Interpretationen zu.

Entsprechende Rekonstruktionen lassen sich für jedes der 8 Pegel-Intervalle aus *Tabelle 4.1* angeben; es entstehen dann die folgenden Bilder:

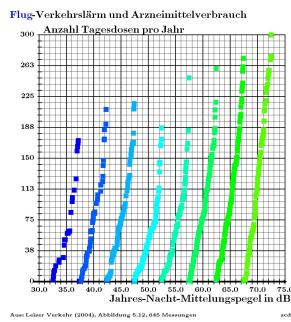


Bild 4.2a:
monoton steigend

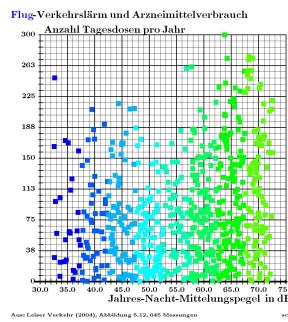


Bild 4.3a:
zufällig angeordnet

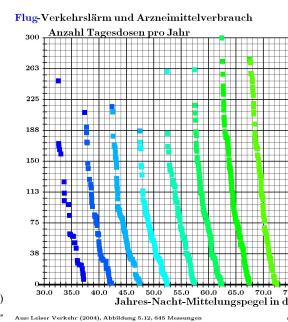


Bild 4.4a:
monoton fallend

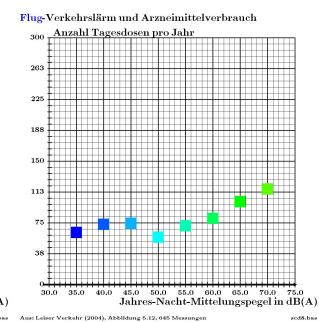


Bild 4.5a:
Mittelwerte

Es wirkt sehr unwahrscheinlich, dass entweder das *Bild 4.2a* oder das *Bild 4.4a* der Realität entsprechen könnte.

In *Bild 4.5a* sind Informationen, die in den Bildern *Bild 4.2a*, *Bild 4.3a* und *Bild 4.4a* noch enthalten sind, nicht mehr erkennbar.

Daher wird hier die Verteilung aus *Bild 4.3a* weiter untersucht. Die einzelnen 645 Datensätzen sind im Internet unter

www.iazd.uni-hannover.de/~windelberg/search/laerm/b645.xls
angegeben.

3.2 Rekonstruktionen im Pegel-Intervall [30, 75]

3.2.1 Verschiedene Sortierungs-Möglichkeiten für Intervalle

Hier wird (willkürlich) festgelegt: es sollen 5 Intervalle (I, II, III, IV und V) gebildet werden (mit jeweils 129 Messdaten).

Dabei ergeben sich die in *Tabelle 4.4* angegebenen und in *Bild 4.7* farblich gekennzeichneten Intervalle:

Intervall	I	II	III	IV	V
Messdaten	1 - 129	130 - 258	259 - 387	388 - 516	517 - 645
Fluglärmpegel	32.0 - 46.0	46.0 - 54.5	54.5 - 60.8	60.8 - 66.3	66.3 - 72.5
Mittel Anzahl Tagesdosen	77	63	76	96	111
Standardabweichung					
Anzahl Tagesdosen	5.0	4.3	5.0	6.1	6.5

Tabelle 4.4: Nach Fluglärmbelastung sortierte Daten, aufgeteilt in 5 Intervalle zu jeweils 129 Datensätzen (nach Greiser in [4])
(siehe auch *Tabelle 4.1*, in der die Daten der Fluglärmbelastung in 8 Pegelklassen von jeweils 5 dB(A) Breite aufgeteilt sind.)

Es wurden also bisher zwei verschiedene Unterteilungen der 645 Daten vorgenommen - mit der Absicht, anstelle des gesamten Datensatzes nur noch (wenige) repräsentative Daten zu betrachten.

Zunächst wird in *Bild 4.6* die gesamte Datenmenge aufgezeichnet, farblich sortiert nach dem Verordnungsvolumen „Anzahl Tagesdosen pro Jahr (ATJ[C])“.

Nach *Tabelle 4.4* wurde diese Datenmenge nach den Pegeln farblich in 5 Teilen so sortiert, dass in jedem Bereich 129 Versicherte repräsentiert werden. Damit ergibt sich *Bild 4.7*.

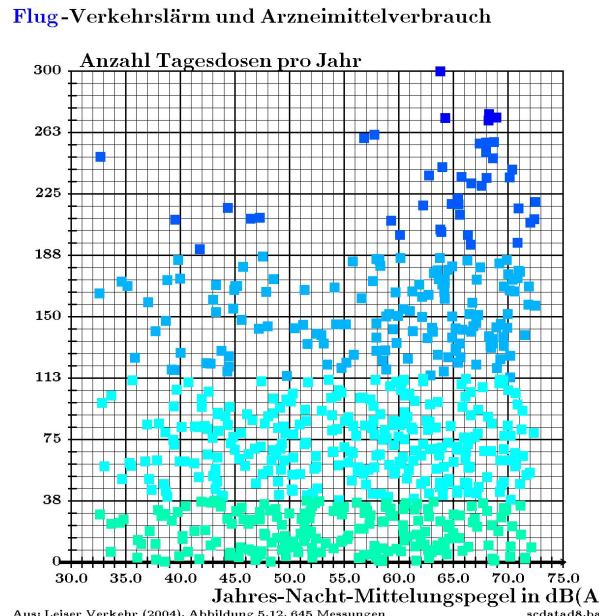


Bild 4.6:
Beispiel 645
sortiert
in 5 Verordnungsvolumen-Intervalle
für je 129 Versicherte

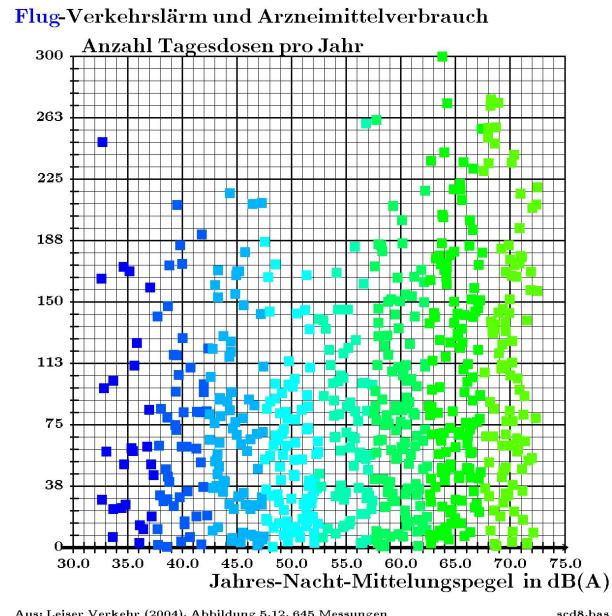


Bild 4.7:
Beispiel 645
sortiert
in 5 Fluglärmpegel-Intervalle
für je 129 Versicherte

3.2.2 95%-Bereich der Datensätze

Um Extremfälle in *Bild 4.7* zu vermeiden, werden in *Bild 4.8* die Verordnungsvolumina nicht berücksichtigt, die von weniger als 5% der Versicherten eingenommen werden.

Ein solcher Bereich wird hier als „95%-Bereich der 645 Datensätze“ definiert.

Auf der x -Achse werden Intervalle festgelegt **Flug-Verkehrslärm und Arzneimittelverbrauch** mit den Eigenschaften

- in jedem Intervall liegen mindestens 40 Messdaten.
- in jedem Intervall liegen gleich viele Messdaten.

Bemerkung: Die Anzahl der Intervalle wird - unter Einhaltung obiger Bedingungen - willkürlich festgelegt.

Es wird die Zahl des Verordnungsvolumens $ATJ[C]$ um 5% der gekürzt, indem aus jedem der 5 Intervalle jeweils „oben“ und „unten“ 2.5% der Daten entfernt werden.

Durch diese Maßnahme bleiben die Spitzen-Verordnungsvolumina unberücksichtigt.

Es soll im Folgenden vergleichend untersucht werden, ob durch diese Maßnahme die Ergebnisse „besser“ erkennbar sind.

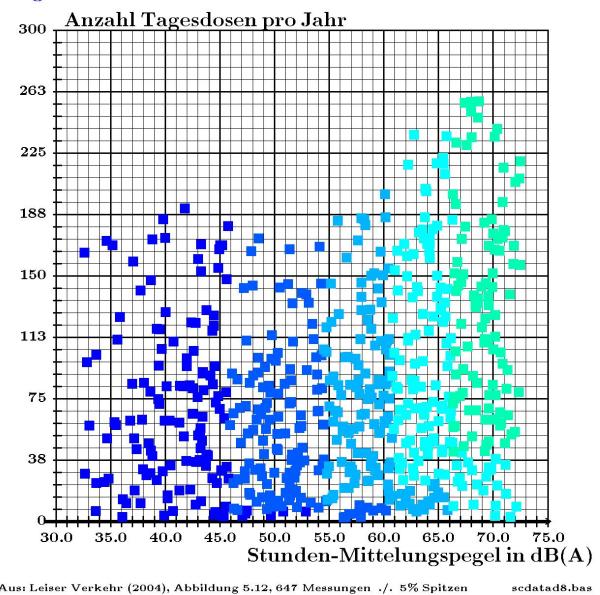


Bild 4.8:
Beispiel 645
95%-Bereich der Datensätze
(615 Daten aus *Bild 4.7*)

3.3 Beschreibung der Messdaten durch Kurven

- In *Bild 4.6* (oder *Bild 4.7*) wird der gesamten Datensatz *Beispiel 645* dargestellt
- In *Bild 4.8* wird nur der 95%-Bereich des Datensatzes *Beispiel 645* dargestellt

Wenn nach einer zusammenfassenden Beschreibung jedes dieser beiden Bilder gesucht wird, so wird in der Literatur meist das Verfahren der „linearen Regression“ verwendet, d.h. es wird nach einer Geraden gesucht, deren mittlerer (geometrischer) Abstand zu den einzelnen Punkten minimal ist („Prinzip der kleinsten Quadrate“).

Dieses Verfahren wird auch in der Epidemiologie verwandt.

Es wurde jedoch im vorangegangenen Kapitel gezeigt, dass die Wirkung von Lärmbelastungen nicht durch eine lineare Funktion beschrieben werden kann. Es zeigte sich dort, dass Arcustangenskurven besser geeignet sind.

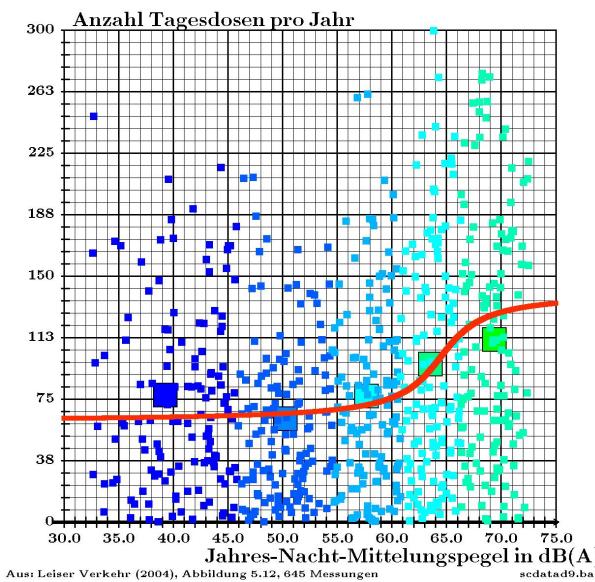
Daher sollte stets untersucht werden, welche Kurvenart für den zu beschreibenden Datensatz geeignet ist.

Hier wurde die Arcustangenskurve gewählt, weil sie die mathematisch wesentlichen Randbedingungen für die Abhängigkeit zwischen „Lärm-Mittelungspegeln“ und „Anzahl Tagesdosen pro Jahr“ erfüllt:

ATN1 es gibt einen kleinsten und einen größten Wert für die „Anzahl Tagesdosen pro Jahr“

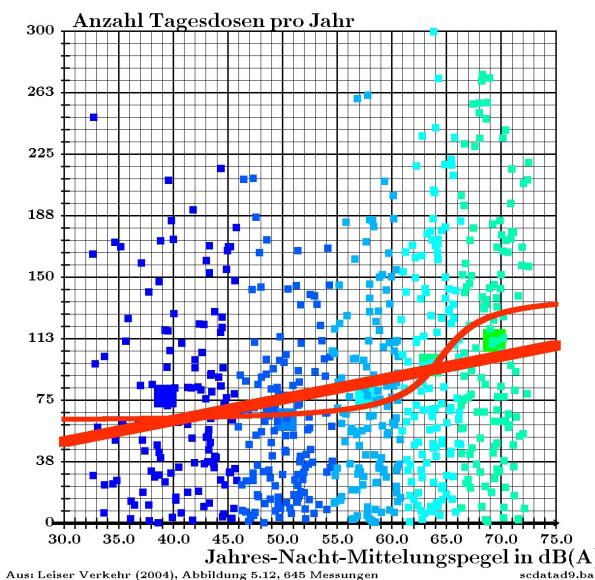
ATN2 es kann nicht vorausgesetzt werden, dass die Lärmempfindlichkeit bei Mittelungspegeln zwischen 32.5 und 37.5 dB(A) gleich der Lärmempfindlichkeit bei Mittelungspegeln zwischen 65 und 70 dB(A) ist, sondern es gibt einen (individuellen) Bereich maximaler Lärmempfindlichkeit.

Die Bedingung ATN2 erfordert eine nicht lineare Funktion.

Flug-Verkehrslärm und Arzneimittelverbrauch**Bild 4.9: Beispiel 645**

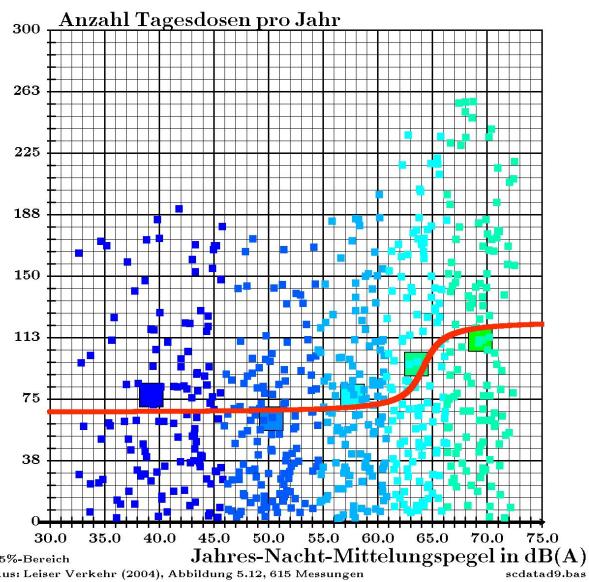
645 Datensätze

und Arcustangenskurve A_{645}
 mittlerer geometrischer Abstand: 183
 mittlerer y -Abstand: 205

Flug-Verkehrslärm und Arzneimittelverbrauch**Bild 4.11: Beispiel 645**

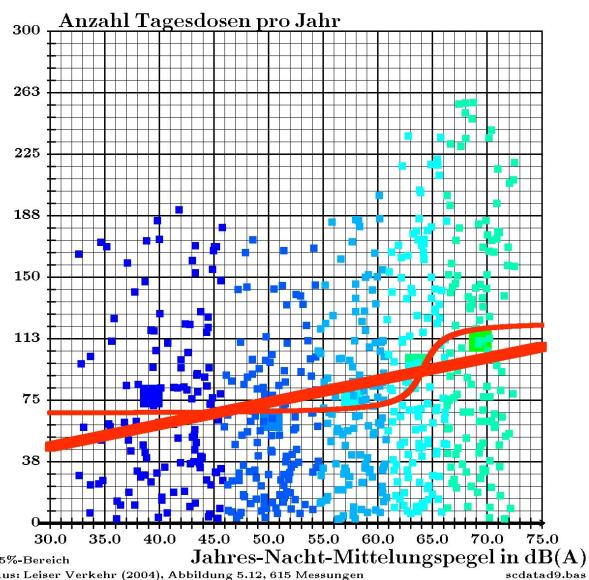
645 Datensätze:

Vergleich Regressionsgerade G_{645}
 und Arcustangenskurve A_{645}

Flug-Verkehrslärm und Arzneimittelverbrauch**Bild 4.10: Beispiel 645**

95%-Bereich: 615 Datensätze

und Arcustangenskurve A_{615}
 mittlerer geometrischer Abstand: 168
 mittlerer y -Abstand: 187

Flug-Verkehrslärm und Arzneimittelverbrauch**Bild 4.12: Beispiel 645**

95%-Bereich: 615 Datensätze:

Vergleich Regressionsgerade G_{615}
 und Arcustangenskurve A_{615}

Die Arcustangenskurven haben im 45×300 -Raster jeweils die Gleichungen

$$A_{645} = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2, y = 100 + 39.6 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \operatorname{atn}[(x - 64.5) \cdot 0.34] \right\} \quad (3)$$

$$A_{615} = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2, y = 94.5 + 28.2 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \operatorname{atn}[(x - 64.2) \cdot 0.756] \right\} \quad (4)$$

Die Regressionsgeraden haben jeweils im 45×300 -Raster die Gleichungen

$$G_{645} = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2, y = 4.36 \cdot x + 34.4 \} \quad (5)$$

$$G_{615} = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2, y = 4.51 \cdot x + 19.3 \} \quad (6)$$

(Da die (geometrischen) Abstandsquadrate jeweils in einem 1000×1000 -Raster bestimmt wurden, lassen sich die Ergebnisse vergleichen.)

3.4 Mittelwerte

Anstelle des originalen Datensatzes werden häufig Mittelwerte betrachtet. Die Zusammenfassung ist jedoch willkürlich und liefert Ergebnisse, die von dieser Zusammenfassung abhängen. Ergebnisse können jedoch nur dann sinnvoll sein, wenn sie nicht von einer Mittelwertbildung abhängen. Hier werden zwei verschiedene Mittelwertbildungen betrachtet:

Analog zu dem von Greiser in [4] verwendeten Verfahren werden in einer ersten Mittelwertbildung die Daten wie in *Tabelle 4.4* in fünf Lärmbelastungs-Intervalle mit jeweils 129 Datensätzen aufgeteilt.

3.4.1 gleiche Anzahl Datensätze in 5 Pegel-Intervallen

Flug-Verkehrslärm und Arzneimittelverbrauch

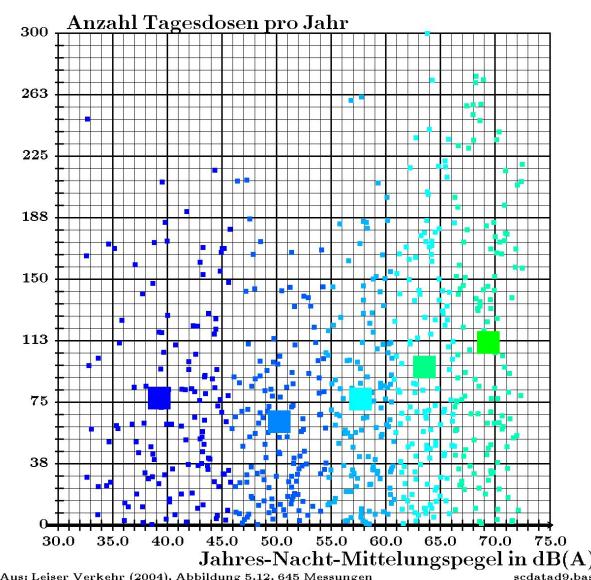


Bild 4.13:
Beispiel 645
Mittelwerte zu den 645 Messdaten
aus *Bild 4.9*

Die Lärmbelastungen wurden in 5 Intervalle mit jeweils 129 Datensätzen eingeteilt:
 I: $32.0 \leq 39.3 < 46.0$
 II: $46.0 \leq 50.3 < 54.5$
 III: $54.5 \leq 57.7 < 60.8$
 IV: $60.8 \leq 63.6 < 66.3$
 V: $66.3 \leq 69.4 < 72.5$

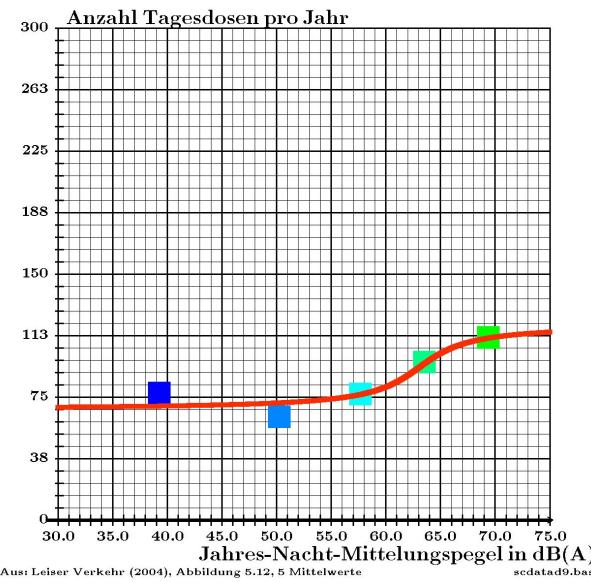
Flug-Verkehrslärm und Arzneimittelverbrauch

Bild 4.14:
Beispiel 645

Mittelwertkurve

zu den 5 Mittelwerten aus *Bild 4.13*

mittlerer geometrischer Abstand: 17

mittlerer y -Abstand: 17

Die Mittelwertkurve ist eine Arcustangenskurve, für die die Summe der Abstandsquadrate zu den 5 Mittelwerten aus *Bild 4.13* in einem 1000×1000 -Raster minimal ist. Ihre Gleichung lautet:

$$D(p_1) = 310 + \frac{8}{7} \cdot 2\pi \cdot \operatorname{atn}((p_1 - 735) \cdot 0.013)$$

Die in *Bild 4.14* eingetragene Mittelwertkurve zeigt, dass die Mittelwerte bezüglich dieser Kurve „falsch“ zueinander liegen:

- entweder ist der Arzneimittelverbrauch bei einem Mittelungspegel von 40 dB(A) zu hoch,
- oder der Arzneimittelverbrauch bei Mittelungspegeln von 50 dB(A) und 60 dB(A) ist zu niedrig,
- oder eine „Zickzack-“Kurve wäre die richtige Kurve (?)

Wird diese Mittelwertkurve in den Datensatz (*Bild 4.10*) eingetragen, dann zeigt sich, dass diese Kurve allein nicht geeignet ist, diesen Datensatz zu repräsentieren:

Flug-Verkehrslärm und Arzneimittelverbrauch

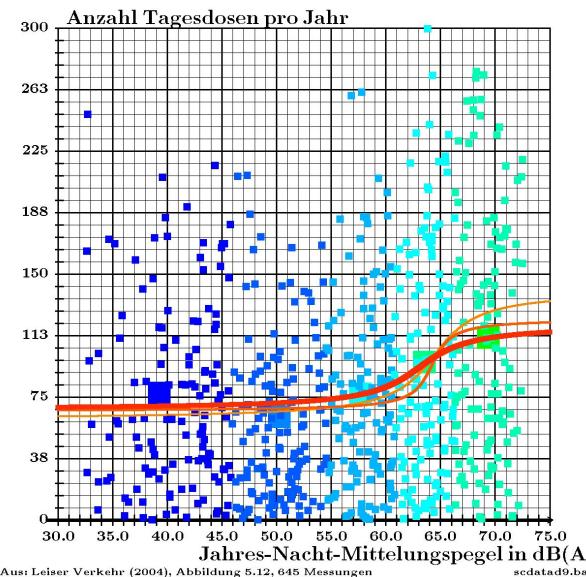


Bild 4.15:
Beispiel 645

645 Messdaten Versicherter (*Bild 4.10*)
mit Mittelungskurven bezüglich

- allen 645 Messdaten
- 615 Messdaten (ohne Spitzenwerte)
- 5 Mittelwerten

Flug-Verkehrslärm und Arzneimittelverbrauch

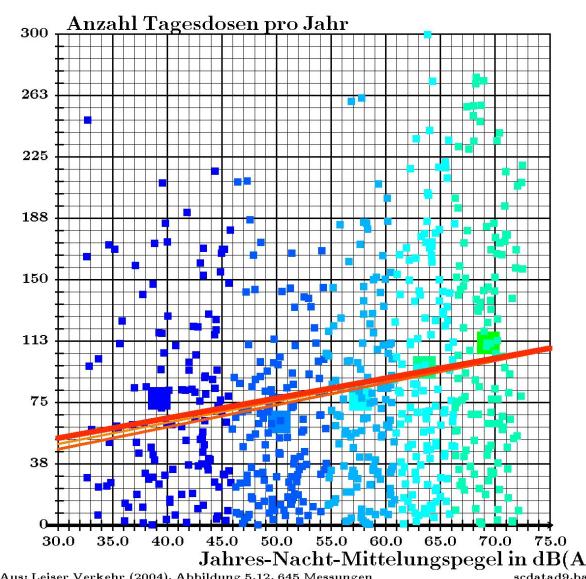


Bild 4.16:
Beispiel 645

645 Messdaten Versicherter (*Bild 4.10*)
mit Regressionsgeraden bezüglich

- allen 645 Messdaten
- 615 Messdaten (ohne Spitzenwerte)
- 5 Mittelwerten

Es ergibt sich also aus den Bildern 4.9 bis 4.15 im 1000×1000 -Raster:

	645 Daten (mit Spitzenwerten)	615 Daten (ohne Spitzenwerte)	5 Daten (Mittelwerte)
Regressionsgerade	Steigung: 0.196 mittlerer Abstand: 207 Verordnungsvolumen: (55,82) und (70,101)	Steigung: 0.203 mittlerer Abstand: 189 Verordnungsvolumen: (55,80) und (70,100)	Steigung: 0.183 mittlerer Abstand: 36 Verordnungsvolumen: (55,83) und (70,101)
Arcustangenskurve	Wendepunkt: (766, 335) mittlerer Abstand: 183 mittlerer y -Abstand: 205 Verordnungsvolumen: (55,68) und (70,127)	Wendepunkt: (760, 315) mittlerer Abstand: 168 mittlerer y -Abstand: 187 Verordnungsvolumen: (55,68) und (70,118)	Wendepunkt: (735, 310) mittlerer Abstand: 17 mittlerer y -Abstand: 17 Verordnungsvolumen: (55,73) und (70,111)

Sowohl bei den Datensätzen mit Spitzenwerten als auch bei den Datensätzen ohne Spitzenwerte beträgt der mittlere Abstand zwischen den einzelnen Daten und der jeweiligen Kurve

- bei den Arcustangenskurven nur etwa 175 Einheiten
- bei den Regressionsgeraden etwa 200 Einheiten

Da in allen vier Fällen das PRINZIP DER KLEINSTEN QUADRATEN angewandt wurde, zeigt sich auch hier, dass die Arcustangenskurve die optimale Beschreibung der Daten aus *Beispiel 645* und auch aus dem 95%-Bereich von *Beispiel 645* darstellt.

Der mittlere y -Abstand ist ebenso ungeeignet wie die Regressionsgerade.

Beschreibung der Daten durch Lineare Regression und Arcustangensfunktion

Innerhalb des betrachteten Bereiches von 30 bis 75 $dB(A)$ ist die mit Hilfe linearer Regression berechnete Abhängigkeit zwischen den Daten falsch gegenüber der Beschreibung durch eine Arcustangensfunktion:

4.1 bei Betrachtung von allen 645 Daten ergibt sich:

- bei $55 dB(A)$ sind nach linearer Regression 82 Tagesdosen pro Jahr erforderlich
 - anstelle 68 Tagesdosen bei Verwendung einer Arcustangenskurve
 - d.h. bei einer mittleren Lärmbelastung von $55 dB(A)$ ist die mit linearer Regression berechnete Anzahl Tagesdosen um 21% zu hoch gegenüber der Verwendung einer Arcustangenskurve.
- bei $70 dB(A)$ sind nach linearer Regression 101 Tagesdosen pro Jahr erforderlich
 - anstelle 127 Tagesdosen bei Verwendung einer Arcustangenskurve.
 - d.h. bei einer mittleren Lärmbelastung von $70 dB(A)$ ist die mit linearer Regression berechnete Anzahl Tagesdosen um 26% zu niedrig.

Lineare Regression liefert also bereits bei diesem 2-dimensionalen Problem falsche Ergebnisse, die einmal oberhalb und einmal unterhalb der Ergebnisse liegen, die sich bei Verwendung einer Arcustangenskurve ergeben. Daher eignet sich lineare Regression nicht zur vereinfachten Beschreibung dieser Messdaten.

Eine zweite Mittelwertbildung verwendet eine Aufteilung der Fluglärmbelastung in acht Intervalle der Länge $5 \text{ dB}(A)$.

Mittelwerte und Kurven zur Zusammenfassung von Lärm-Daten
Innerhalb des betrachteten Bereiches von 30 bis $75 \text{ dB}(A)$ ist die mit Hilfe linearer Regression berechnete Abhängigkeit falsch:

- bei einer Lärmbelastung von $55 \text{ dB}(A)$ werden im Mittel folgende Anzahlen Tagesdosen verordnet:

verwendete Daten	Regressionsgerade		Arcustangenskurve	
	Anzahl Tagesdosen $55 \text{ dB}(A)$	Anzahl Tagesdosen $70 \text{ dB}(A)$	Anzahl Tagesdosen $55 \text{ dB}(A)$	Anzahl Tagesdosen $70 \text{ dB}(A)$
645	82	101	68	127
615	80	100	68	118
5	83	101	73	111

sind **83** Tagesdosen pro Jahr erforderlich

- anstelle **73** Tagesdosen

d.h. bei einer mittleren Lärmbelastung von $55 \text{ dB}(A)$ ist die mit linearer Regression berechnete Anzahl Tagesdosen zu hoch.

- bei $70 \text{ dB}(A)$ sind **101** Tagesdosen pro Jahr erforderlich
- anstelle **111** Tagesdosen
d.h. bei einer mittleren Lärmbelastung von $70 \text{ dB}(A)$ ist die berechnete Anzahl Tagesdosen zu niedrig.

Lineare Regression liefert also bereits bei diesem 2-dimensionalen Problem falsche Ergebnisse und eignet sich daher nicht zur vereinfachten Beschreibung von Messdaten.

3.4.2 5-dB(A) Fluglärmbelastungs-Intervalle

Die Wahl der Intervalle ist willkürlich; daher werden hier acht Intervalle betrachtet von jeweils 5 dB(A) Länge.

Intervall	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
Pegelmitte	35	40	45	50	55	60	65	70
Anzahl Daten	26	49	75	84	69	116	129	97
Mittel								
Anzahl Tagesdosen	75.6	78.0	74.2	57.4	71.5	80.4	101.0	112.8

Tabelle 4.5 Nach Fluglärmbelastung sortierte Daten, aufgeteilt in acht Intervalle zu jeweils 5 dB(A) Fluglärmbelastung

Flug-Verkehrslärm und Arzneimittelverbrauch

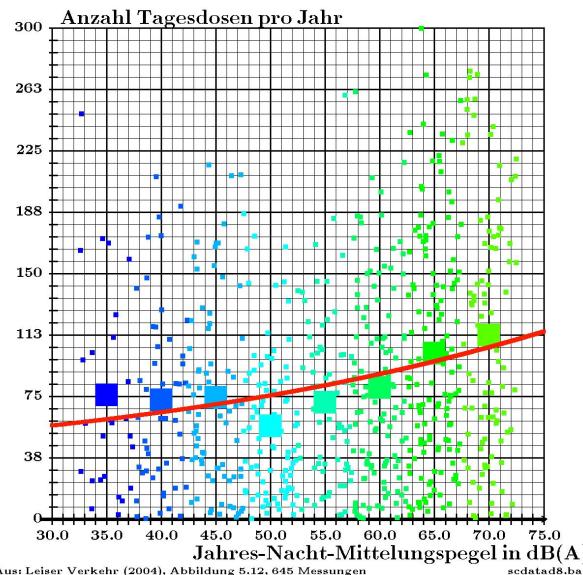


Bild 4.16:
 645 Messdaten Versicherter
 farblich sortiert
 in 8 Fluglärmpegel-Intervalle
 jeweils mit Mittelwerten
 und Arcustangenskurve

$$D(p_1) = 150 + \frac{300}{\pi} \cdot \operatorname{atn}((p_1 - 91.3) \cdot 0.024)$$

 mit minimaler Summe der Abstandsquadrate
 zu den 8 Mittelwerten.

Es ist

$$D(70) = 105$$

Unter Berücksichtigung der mittleren quadratische Abweichung der 8 Mittelwerte von dieser Kurve ergibt sich

$$D(70) = 105 \pm 11$$

Aber die mittlere quadratische Abweichung der 645 „Anzahl Tagesdosen pro Jahr“ von dieser Kurve beträgt 97.

Auch hier zeigt die Kurve, dass die Mittelwerte bezüglich dieser Kurve „falsch“ zueinander liegen:

- entweder ist der Arzneimittelverbrauch bei einem Mittelungspiegel von 35, 40 und 45 dB(A) zu hoch,
- oder der Arzneimittelverbrauch bei Mittelungspiegeln von 50 dB(A), 55 und 60 dB(A) ist zu niedrig
- oder eine „Zickzack-“Kurve wäre die richtige Kurve
- der individuelle Arzneimittelverbrauch lässt sich mathematisch nicht sinnvoll beschreiben.

3.4.3 Vergleich der Ergebnisse

Ein Vergleich der Kurve aus *Bild 4.9* mit den beiden Mittelwertkurven (*Bild 4.14* und *Bild 4.16*) zeigt:

Bei einer Fluglärmbelastung von 70 dB(A) sind im Mittel

- 256 Tagesdosen pro Jahr

erforderlich (bei Verwendung aller 645 Messdaten nach *Bild 4.9*).

Unter Berücksichtigung des 95%-Bereiches der Messdaten in Höhe von ± 94 Tagesdosen, sind

zwischen 162 und 350 Tagesdosen pro Jahr

erforderlich (siehe *Bild 4.11*).

- 96 Tagesdosen pro Jahr

erforderlich (bei der Mittelwertkurve zu 5 Intervallen nach *Bild 4.14*).

Diese Anzahl Tagesdosen liegt unterhalb des 95%-Bereiches der Messdaten.

- 63 Tagesdosen pro Jahr

erforderlich (bei der Mittelwertkurve zu 8 Intervallen nach *Bild 4.16*).

Diese Anzahl Tagesdosen liegt unterhalb des 95%-Bereiches der Messdaten.

3.5 lineare Regression

Flug-Verkehrslärm und Arzneimittelverbrauch

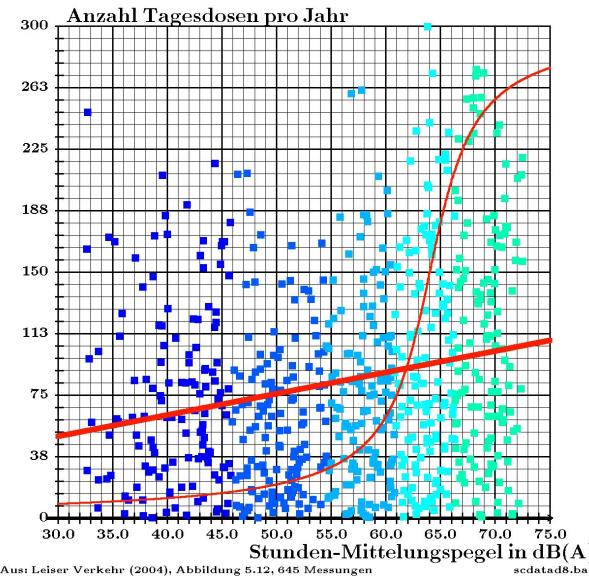


Bild 4.16:

647 Messdaten Versicherter mit Regressionsgeraden

$$D(p_1) = 1.305 \cdot p_1 + 10.39$$

und Arcustangenskurve

$$D(p_1) = 150 + \frac{300}{\pi} \cdot \operatorname{atn}((p_1 - 64.04) \cdot 0.33)$$

mit minimaler Summe der Abstandsquadrate zu den 647 Messdaten.

Es ist

$$D(70) = 108$$

bei der Regressionsgeraden und

$$D(70) = 255$$

bei der Arcustangenskurve.

3.6 Messgenauigkeit

Die Unsicherheit der Bestimmung der Anzahl der Tagesdosen pro Jahr wird mit Hilfe der mittleren quadratischen Abweichung bestimmt werden:

Für den in *Bild 4.11* dargestellten 95%-Bereich (also für den Datensatz ohne die Spitzen-Tagesdosen) beträgt die mittlere quadratische Abweichung gegenüber der Arcustangenskurve ± 94 Tagesdosen.

Bei der für eine Fluglärmbelastung von $70 \text{ dB}(A)$ berechneten Anzahl von 256 Tagesdosen pro Jahr ist daher diese Unsicherheit zu berücksichtigen, d.h. 256 ± 94 :

Der Arzneimittelverbrauch liegt
zwischen 162 und 350 Tagesdosen pro Jahr
 bei einer Fluglärmbelastung durch einen
Jahres-Nacht-Mittelungspegel von 70 dB(A)

Die Abhängigkeit von den Rechenverfahren zeigt auch, dass
 weder die Berücksichtigung aller Messdaten
 noch eine Mittelungskurve

den Arzneimittelverbrauch pro Jahr nicht angemessen beschreibt.

Damit ist es auch nicht möglich, den

Arzneimittelverbrauch pro Jahr

Damit ist es auch nicht möglich, den

Arzneimittelverbrauch pro Jahr für einen durch (Flug-)Lärm Geschädigten
 mit dem

Arzneimittelverbrauch pro Jahr für einen **nicht** durch (Flug-)Lärm Geschädigten
 „mathematisch angemessen“ zu vergleichen.

4 Zusammenfassung

Die vorangehenden Betrachtungen zu der Schrift [4] zeigen, dass bei Anwendung verschiedener mathematischer Auswerteverfahren verschiedene Interpretationen der erhobenen Datensätze möglich sind. Greiser wählt unter diesen Interpretationen eine einzige aus und kommt in seiner Zusammenfassung zu dem Ergebnis, dass für Herz- und Kreislauferkrankungen ein linearen Anstieg des Erkrankungsrisikos bei beiden Geschlechtern von niedrigen Dauerschallpegeln an zu erwarten ist. Die Linearität wird dabei durch das von Greiser gewählte Regressionsverfahren erzwungen.

Das Ergebnis entspricht zwar der allgemeinen Lebenserfahrung, ist aber aus den Datensätzen der hier betrachteten Schrift nicht interpretierbar.

Literatur

- [1] BECK-BORNHOLDT, HANS-PETER UND DUBBEN, HANS-HERMANN:
Der Hund, der Eier legt. rororo sachbuch61154, 2002.
- [2] EISENBAHN BUNDESAMT (EBA):
Anlage 1a zur Verfügung Pr.1110 Rap/Rau 98, S. 30f., Tabelle 5, 6 und 7
- [3] FORSCHUNGSVERBUND "LEISER VERKEHR":
Bundesministerium für Forschung und Technologie, Bereich 2000 "Lärmwirkungen", Einzelvorhaben 2131: Lärmbelästigung durch Straßen- und Schienenverkehr in Abhängigkeit von der Tageszeit. Abbildung 5.12. (Förderkennzeichen 19U2062D) vom Dezember 2004.
- [4] GREISER, EBERHARD, JAHNSEN, K. UND GREISER, C.:
Beeinträchtigung durch Fluglärm: Arzneimittelverbrauch als Indikator für gesundheitliche Beeinträchtigungen. Forschungsprojekt im Auftrag des Umweltbundesamtes, FuE-Vorhaben, Förderkennzeichen 205 51 100, November 2006.
- [5] INTERDISziplinäre FELDSTUDIE II:
Bericht über ein Forschungsvorhaben zum Verkehrslärmschutzgesetz (Forschungsnummer 70081/80). Band II, Anlagen. Planungsbüro Obermeyer. München 1983
- [6] SCHALL 03 (1990):
Richtlinie zur Berechnung der Schallimmissionen von Schienenwegen. Information Akustik 03. Deutsche Bundesbahn, Zentrale. 1990.
- [7] WINDELBERG, DIRK:
Theorie der Gleispflege. Immissionsschutz 7 (2002), 4-8
- [8] WINDELBERG, DIRK:
Aufweck-Pegel und Lärmpausen bei Schienen- und Fluglärm. Immissionsschutz 9 (2004), 114-124
- [9] WINDELBERG, D., VOGELSANG, B.:
Mathematische Aspekte der gesundheitlichen Beeinträchtigung durch transiente Geräuschereignisse auf der Grundlage von zeitlich veränderlichen Cortisol-Konzentrationen. Tagungsbericht DAGA '06, Braunschweig 2006.
- [10] WINDELBERG, DIRK:
Grenzen der Lärmwirkungsforschung. Immissionsschutz 15(4) (2010), 184-192